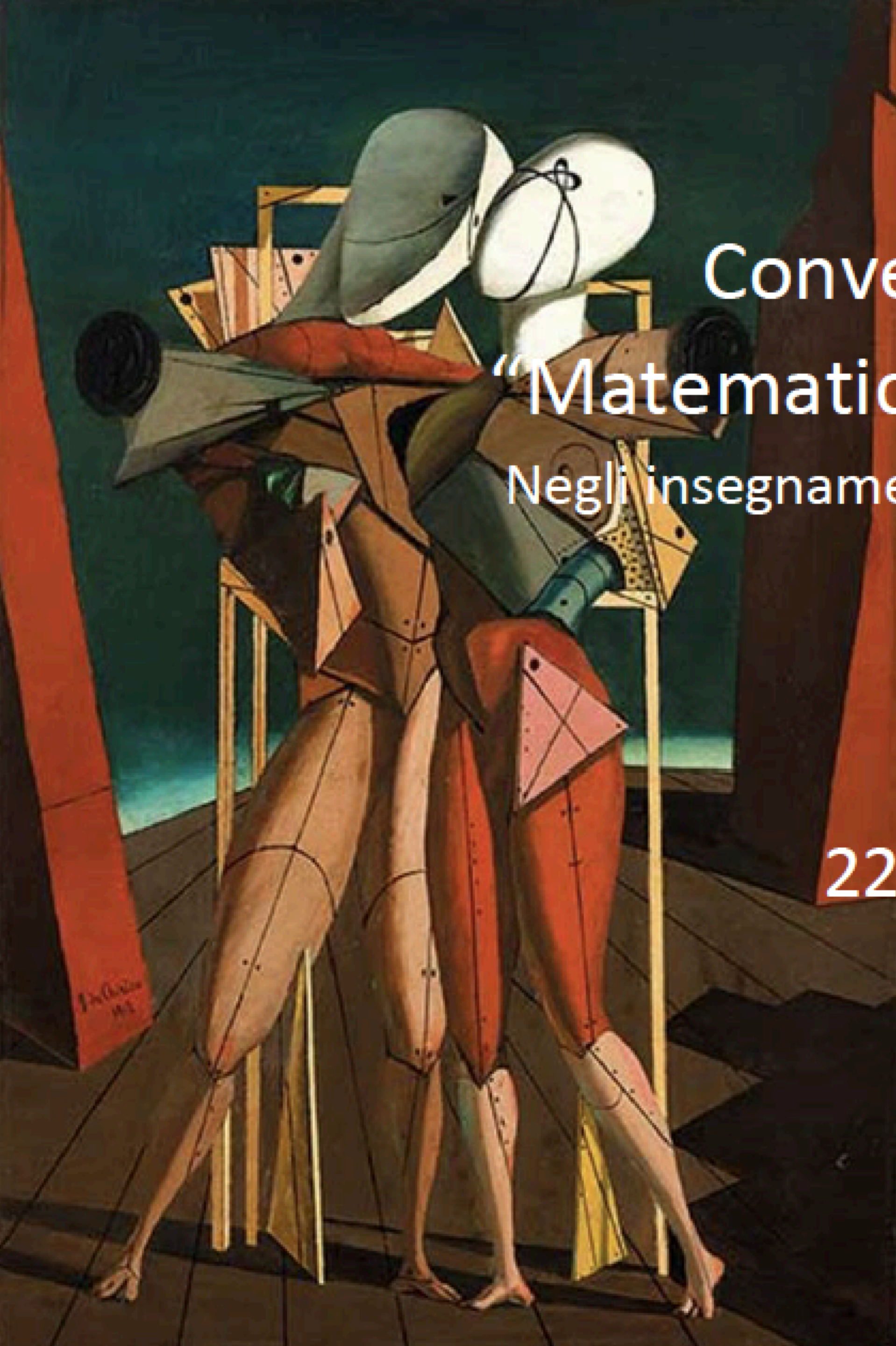


Convegno
"Matematica e Storia"
Negli insegnamenti matematici

Ferrara

22 aprile 2022

Franco Ghione
Università di Roma "Tor Vergata"

Il Liber abbaci
di Leonardo Pisano
tra didattica e ricerca

Una scoperta sconvolgente

Abū Kāmil (830-900 ca.)

Matematico e ingegnere egiziano,
allievo di al-Khwārizmi
autore di un libro di Algebra,
parzialmente tradotto in latino
probabilmente noto a
Leonardo Pisano.

Una scoperta sconvolgente

Abū Kāmil (830-900 ca.)

Matematico e ingegnere egiziano,
allievo di al-Khwārizmi
autore di un libro di Algebra,
parzialmente tradotto in latino
probabilmente noto a
Leonardo Pisano.

Abū Kāmil aveva trovato un quesito che ammetteva ben **2786** soluzioni che lui enumerò una a una

Una scoperta sconvolgente

Abū Kāmil (830-900 ca.)

Matematico e ingegnere egiziano,
allievo di al-Khwārizmi
autore di un libro di Algebra,
parzialmente tradotto in latino
probabilmente noto a
Leonardo Pisano.

Abū Kāmil aveva trovato un quesito che ammetteva ben **2786** soluzioni che lui enumerò una a una

La verità è una!

Una scoperta sconvolgente

Abū Kāmil (830-900 ca.)

Matematico e ingegnere egiziano,
allievo di al-Khwārizmi
autore di un libro di Algebra,
parzialmente tradotto in latino,
probabilmente noto a
Leonardo Pisano.

كتاب الطير لأبي كامل

Il libro sui volatili

Il problema dei 100 uccelli

Vi sono diverse qualità di uccelli ognuna delle quali ha un certo prezzo e si vuole sapere quanti uccelli di ciascun tipo sono stati acquistati sapendo che si è speso per 100 uccelli 100 denari.

Il problema dei 100 uccelli

Vi sono diverse qualità di uccelli ognuna delle quali ha un certo prezzo e si vuole sapere quanti uccelli di ciascun tipo sono stati acquistati sapendo che si è speso per 100 uccelli 100 denari.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_n = \mathrm{A} \\ a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = \mathrm{A} \end{cases}$$

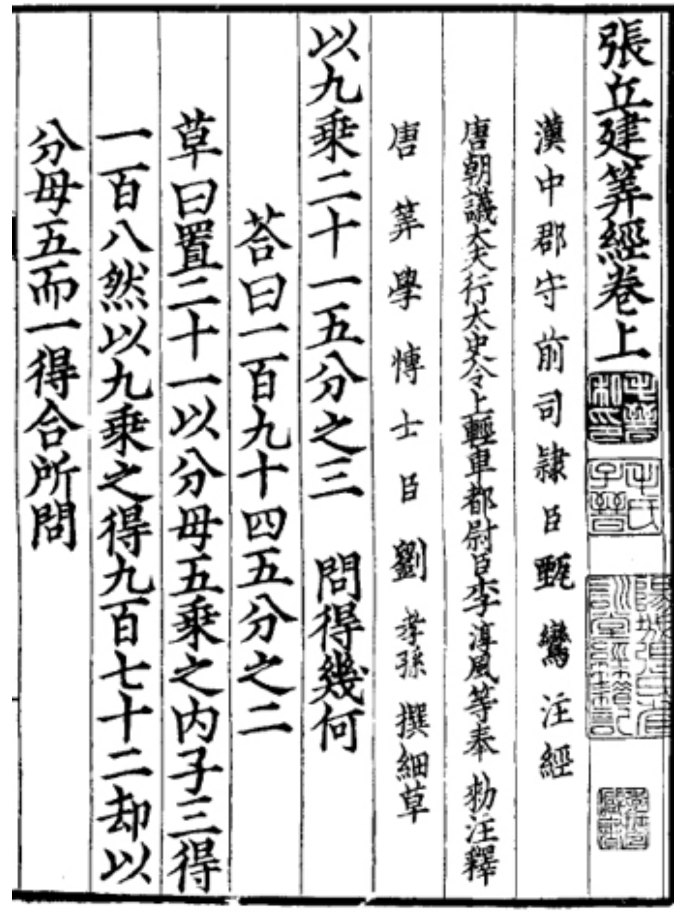
Il problema dei 100 uccelli

Sembra che il problema sia stato formulato in
Cina (Zhang Qiujian) nel V secolo (e forse anche prima)

e si giunto in India (Bakhshali) nel VII secolo

e tra i matematici arabi nel IX secolo

e, infine, in Europa
nel *Liber abbbaci* di Leonardo nel XII secolo.

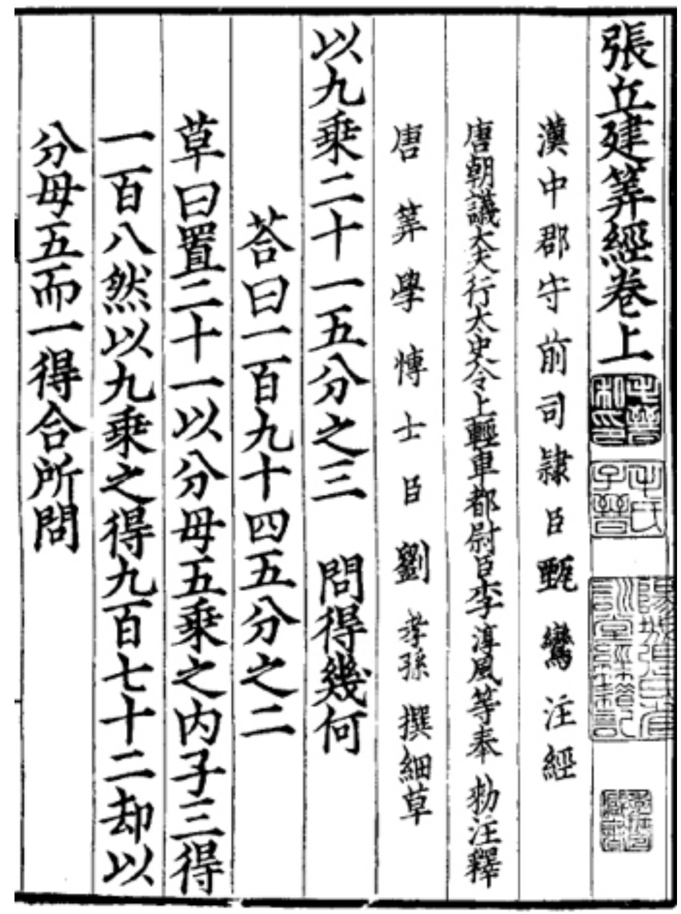

張丘建筭經卷上
漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋
唐筭學博士臣劉孝孫撰細草
以九乘二十一五分之三問得幾何
荅曰一百九十四五分之二
草曰置二十一以分母五乘之內子三得
一百八然以九乘之得九百七十二却以
分母五而一得合所問

Una pagina del *Zhang Qiujian Suanjing*

Il problema dei 100 uccelli

La versione cinese

Se un gallo è in vendita per cinque monete,
una gallina per tre monete e tre pulcini insieme
per una moneta, quanti galli, galline e pulcini
posso comprare con cento monete
se voglio in tutto cento animali?


張丘建筭經卷上
漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋
唐筭學博士臣劉孝孫撰細草
以九乘二十一五分之三　問得幾何
荅曰一百九十四五分之二
草曰置二十一以分母五乘之内子三得
一百八然以九乘之得九百七十二卻以
分母五而一得合所問

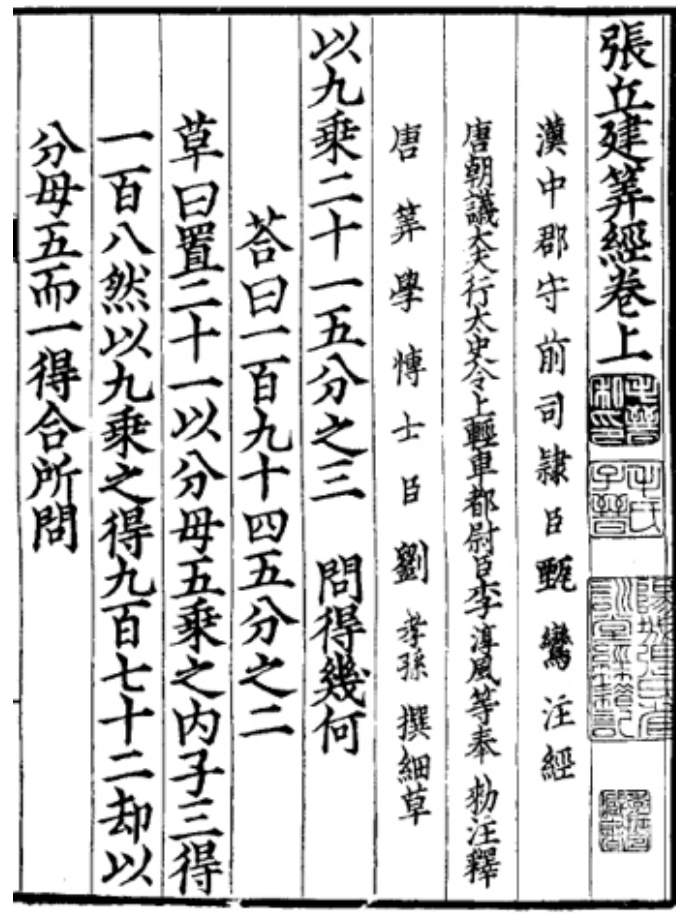
Una pagina del *Zhang Qiujian Suanjing*

Il problema dei 100 uccelli

La versione cinese

Se un gallo è in vendita per cinque monete,
una gallina per tre monete e tre pulcini insieme
per una moneta, quanti galli, galline e pulcini
posso comprare con cento monete
se voglio in tutto cento animali?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 100 \\ 5x_1 + 3x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 100 \end{cases}$$


張丘建算經卷上
漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勑注釋
唐算學博士臣劉孝孫撰細草
以九乘二十一五分之三 問得幾何
荅曰一百九十四五分之二
草曰置二十一以分母五乘之內子三得
一百八然以九乘之得九百七十二卻以
分母五而一得合所問

Una pagina del *Zhang Qiujian Suanjing*

Il problema dei 100 uccelli

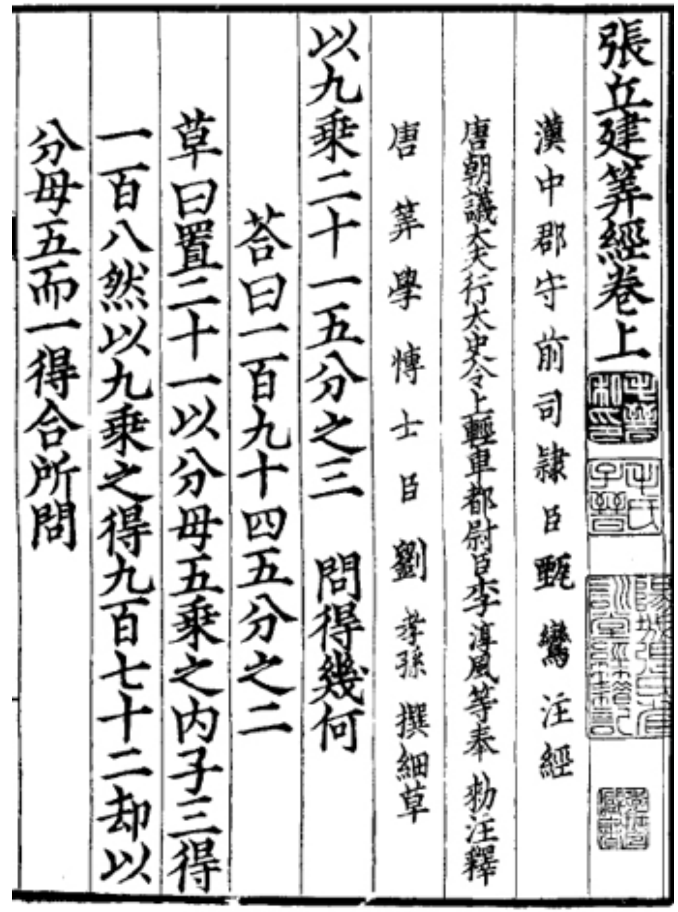
La versione cinese

Se un gallo è in vendita per cinque monete,
una gallina per tre monete e tre pulcini insieme
per una moneta, quanti galli, galline e pulcini
posso comprare con cento monete
se voglio in tutto cento animali?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 100 \\ 5x_1 + 3x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 100 \end{cases}$$

78 pulcini costano 26 monete,
18 galline costano 54, ci restano 20 monete
con le quali possiamo compare 4 galli e

78 + 18 + 4 = 100


張丘建算經卷上
漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勑注釋
唐算學博士臣劉孝孫撰細草
以九乘二十一五分之三問得幾何
荅曰一百九十四五分之二
草曰置二十一以分母五乘之內子三得一百八然以九乘之得九百七十二卻以分母五而一得合所問

Una pagina del *Zhang Qiujian Suanjing*

Il problema ha anche le soluzioni (8,11,81), (12,4,84).

Il problema di Abū Kāmil
(dal Libro sui volatili)

Compra con 100 dirham 100 volatili di 5 specie: anatre, piccioni, colombe, allodole , polli;

- *ogni anatra costa 2 dirham,*
- *ogni coppia di piccioni costa 1 dirham,*
- *3 colombe costano 1 dirham,*
- *4 allodole costano 1 dirham,*
- *ogni pollo costa 1 dirham.*

Il problema di Abū Kāmil

(dal Libro sui volatili)

Compra con 100 dirham 100 volatili di 5 specie: anatre, piccioni, colombe, allodole , polli;

- *ogni anatra costa 2 dirham,*
- *ogni coppia di piccioni costa 1 dirham,*
- *3 colombe costano 1 dirham,*
- *4 allodole costano 1 dirham,*
- *ogni pollo costa 1 dirham.*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{4}x_4 + x_5 = 100 \end{cases}$$

Il problema di Abū Kāmil
(dal Libro sui volatili)

Compra con 100 dirham 100 volatili di 5 specie: anatre, piccioni, colombe, allodole , polli;

- *ogni anatra costa 2 dirham,*
- *ogni coppia di piccioni costa 1 dirham,*
- *3 colombe costano 1 dirham,*
- *4 allodole costano 1 dirham,*
- *ogni pollo costa 1 dirham.*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{4}x_4 + x_5 = 100 \end{cases}$$

Il grande matematico egiziano con strumenti molto semplici di aritmetica trova **2786** soluzioni ognuna descritta con cura e precisione.

Il problema di Abū Kāmil

(dal Libro sui volatili)

In python

```
n=1
for x5 in range (1,3):
    for x2 in range (1,4):
        A=200-3*x2-2*x5
        u=int(2*A/7)+1
        while u<3*A/10:
            p=7*u-2*A
            q=3*A-10*u
            x1=int((x2+4*p+3*q)/2)
            x3=3*p
            x4=2*q
            print('soluzione',n,'(',x1,x2,x3,x4,x5,')')
            u=u+1
            n=n+1
```

Il problema di Abū Kāmil

(dal Libro sui volatili)

In python

```
n=1
for x5 in range (1,3):
    for x2 in range (1,4):
        A=200-3*x2-2*x5
        u=int(2*A/7)+1
        while u<3*A/10:
            p=7*u-2*A
            q=3*A-10*u
            x1=int((x2+4*p+3*q)/2)
            x3=3*p
            x4=2*q
            print('soluzione',n,'(',x1,x2,x3,x4,x5,')')
            u=u+1
            n=n+1
```

soluzione 1 (42 1 6 50 1)
soluzione 2 (41 1 27 30 1)
soluzione 3 (40 1 48 10 1)
soluzione 4 (42 2 3 52 1)
soluzione 5 (41 2 24 32 1)
soluzione 6 (40 2 45 12 1)
soluzione 7 (41 3 21 34 1)
soluzione 8 (40 3 42 14 1)
soluzione 9 (41 4 18 36 1)
soluzione 10 (40 4 39 16 1)
soluzione 11 (41 5 15 38 1)
soluzione 12 (40 5 36 18 1)
soluzione 13 (41 6 12 40 1)
soluzione 14 (40 6 33 20 1)
soluzione 15 (41 7 9 42 1)

Il problema di Abū Kāmil

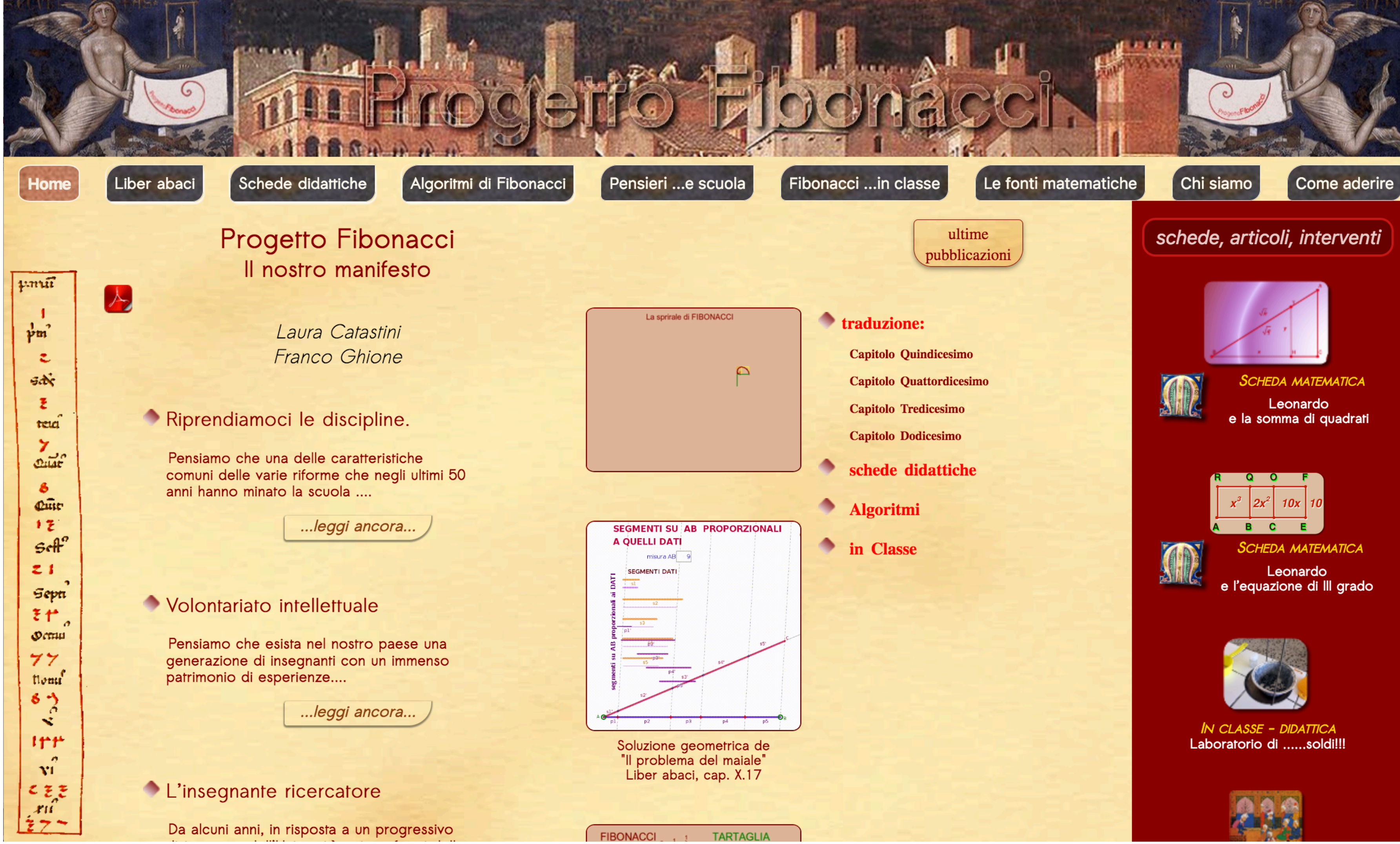
(dal Libro sui volatili)

In python

```
n=1
for x5 in range (1,3):
    for x2 in range (1,4):
        A=200-3*x2-2*x5
        u=int(2*A/7)+1
        while u<3*A/10:
            p=7*u-2*A
            q=3*A-10*u
            x1=int((x2+4*p+3*q)/2)
            x3=3*p
            x4=2*q
            print('soluzione',n,'(',x1,x2,x3,x4,x5,')')
            u=u+1
            n=n+1
```

soluzione 1 (42 1 6 50 1)
soluzione 2 (41 1 27 30 1)
soluzione 3 (40 1 48 10 1)
soluzione 4 (42 2 3 52 1)
soluzione 5 (41 2 24 32 1)
soluzione 6 (40 2 45 12 1)
soluzione 7 (41 3 21 34 1)
soluzione 8 (40 3 42 14 1)
soluzione 9 (41 4 18 36 1)
soluzione 10 (40 4 39 16 1)
soluzione 11 (41 5 15 38 1)
soluzione 12 (40 5 36 18 1)
soluzione 13 (41 6 12 40 1)
soluzione 14 (40 6 33 20 1)
soluzione 15 (41 7 9 42 1)

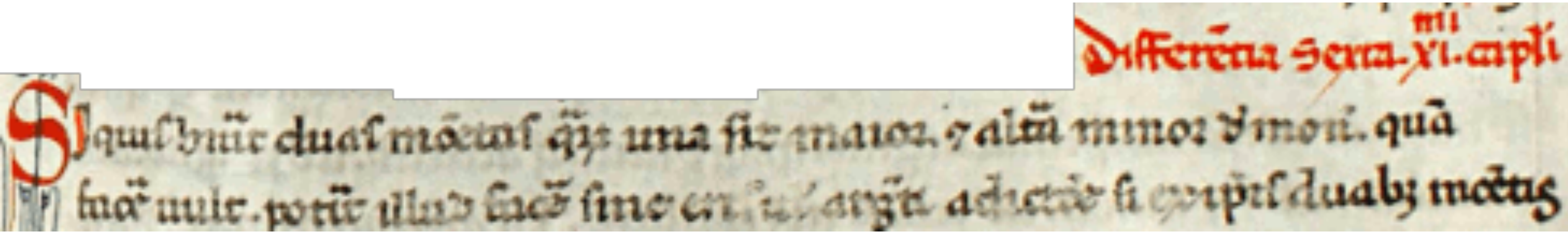
In realtà le soluzioni sono **2788** ; Abū Kāmil ne aveva perse 2



Il sito www.progettofibonacci.it, curato dal prof. Sandro Moriggi, contiene la prima traduzione italiana del Liber abaci realizzata dalla prof.ssa Laura Catastini e rivista dai nostri collaboratori latinisti.

Il problema dei 100 uccelli in Leonardo

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)



Differentia sexta xi^{mi} capituli.

Si quis habuerit duas monetas, quarum una sit maior, et altera minor de moneta, quam facere uult, poterit illud facere sine eris, uel argenti adiectione:

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Differentia sexta XI^{mi} *capituli.*

Si quis habuerit duas monetas, quarum una sit maior, et altera minor de moneta, quam facere uult, poterit illud facere sine eris, uel argenti adictione:

Verbi gratia: habeat monetam ad uncias 2, et monetam ad uncias 9, de quibus uult facere monetam ad uncias 5.

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra

Denari medioevali di vario valore

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:
- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra

Indichiamo con
x_1 la quantità di moneta da 2 once (misurata in libbre e sue frazioni)
x_2 la quantità di moneta da 9 once,
Fondendo queste quantità otteniamo $x_1 + x_2$ libbre di lega , perfettamente omogenea, con 2 x_1+ 9 x_1 once d'argento. Poiché vogliamo che questa lega abbia 5 once d'argento per ogni libbra dovrà essere:


Denari medioevali di vario valore

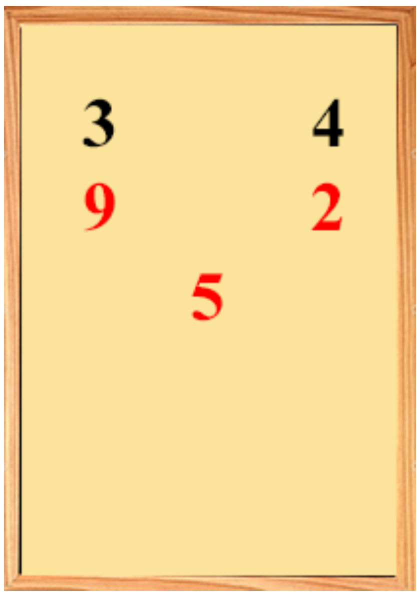
$$5(x_1 + x_2) = 2x_1 + 9x_2$$

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



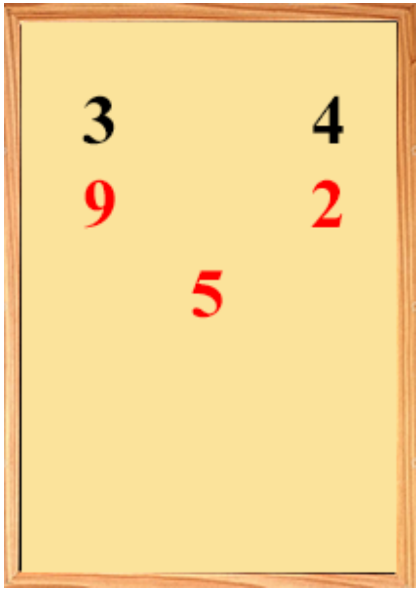
Poni così il 2 e il 9 su una stessa linea, e sotto di esse tra l'una e l'altra scrivi il 5, come si vede in margine: poi poni la differenza che c'è fra 2 e 5, cioè 3, sopra il 9; e viceversa metti la differenza che c'è tra il 5 e il 9, cioè 4, sopra il 2; e avrai quanto cercato, cioè che dovrai mettere da parte dalla moneta minore 4, e dalla maggiore 3.

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



Poni così il 2 e il 9 su una stessa linea, e sotto di esse tra l'una e l'altra scrivi il 5, come si vede in margine: poi poni la differenza che c'è fra 2 e 5, cioè 3, sopra il 9; e viceversa metti la differenza che c'è tra il 5 e il 9, cioè 4, sopra il 2; e avrai quanto cercato, cioè che dovrai mettere da parte dalla moneta minore 4, e dalla maggiore 3.

Perché quanto argento avanza nelle tre libbre della moneta maggiore, tanto manca nelle 4 libbre della minore: infatti se avanzano 4 once in ciascuna libbra della moneta maggiore, cioè la differenza che c'è tra 5 e 9, nelle 3 libbre avanza il triplo dell'argento delle 4 once, cioè 12 once; questo 12 proviene dal 3 posto sopra il 9 moltiplicato per il 4 posto sopra il 2. E invece nella libbra della moneta minore mancano 3 once d'argento, cioè la differenza che c'è fra 2 e 5: perciò nelle 4 libbre della moneta minore manca di argento il quadruplo delle tre once, cioè 12 , che anche vengono dal 4, che sta sopra il 2 per il 3 che sta sopra il 9.

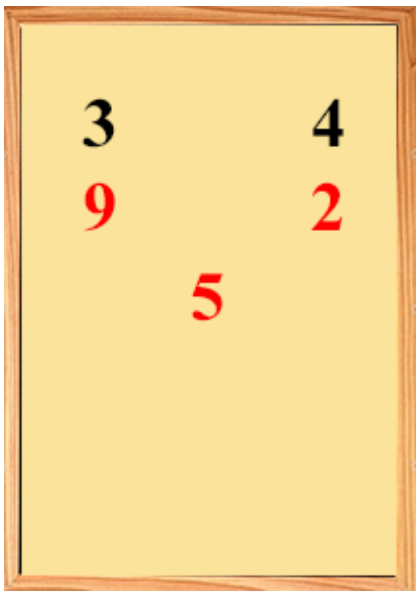
+ 3(9-5)   - 4(5-2)

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



Similmente quella parte, o parti che avrai messo delle 4 libbre della moneta minore, la stessa parte, o parti, metterai delle tre libbre della maggiore. Proporzionalmente come il 4 sta al 3, così ciò che hai messo della moneta minore starà a ciò che sarà da mettere della maggiore.

$$x_1 : x_2 = 3 : 4$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 4$$

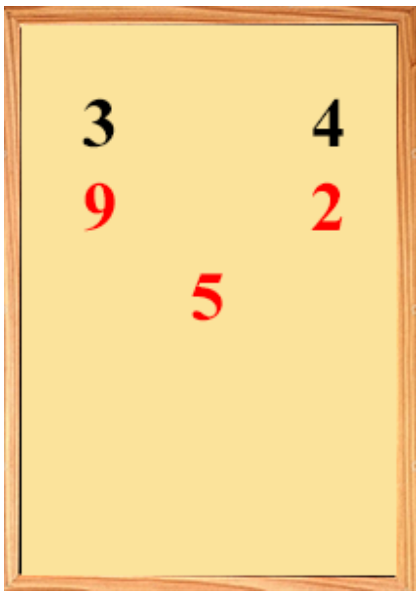
$$\frac{m}{n}3 + \frac{m}{n}4$$

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



$$x_1 = 3 \quad x_2 = 4$$

$$\frac{m}{n}3 + \frac{m}{n}4$$

Similmente quella parte, o parti che avrai messo delle 4 libbre della moneta minore, la stessa parte, o parti, metterai delle tre libbre della maggiore. Proporzionalmente come il 4 sta al 3, così ciò che hai messo della moneta minore starà a ciò che sarà da mettere della maggiore.

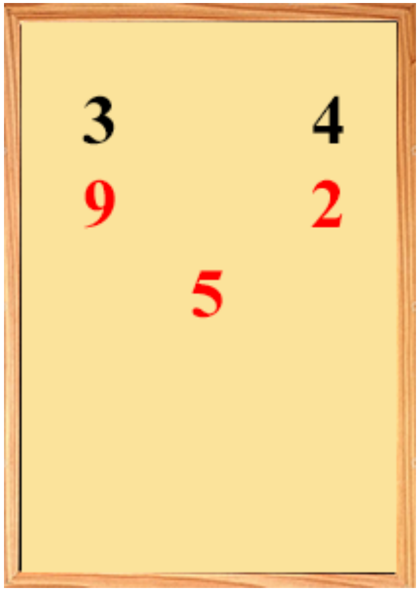
$$x_1 : x_2 = 3 : 4 \qquad x_1 + x_2 = 12$$

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



Similmente quella parte, o parti che avrai messo delle 4 libbre della moneta minore, la stessa parte, o parti, metterai delle tre libbre della maggiore. Proporzionalmente come il 4 sta al 3, così ciò che hai messo della moneta minore starà a ciò che sarà da mettere della maggiore.

$$x_1 : x_2 = 3 : 4 \qquad x_1 + x_2 = 12$$

$$(x_1 + x_2) : x_2 = (3 + 4) : 4$$

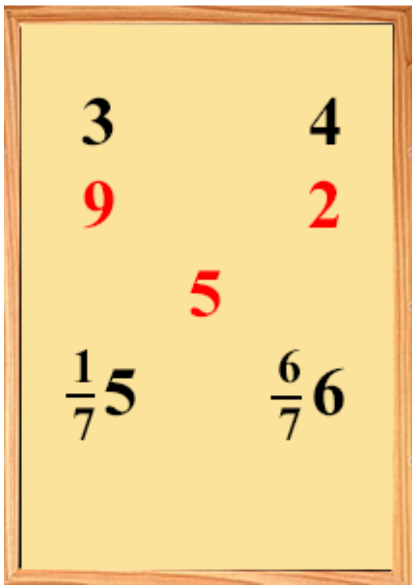
$$12 : x_2 = 7 : 4$$

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da 2 once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da 9 once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da 5 once a libbra



Similmente quella parte, o parti che avrai messo delle 4 libbre della moneta minore, la stessa parte, o parti, metterai delle tre libbre della maggiore. Proporzionalmente come il 4 sta al 3, così ciò che hai messo della moneta minore starà a ciò che sarà da mettere della maggiore.

$$x_1 : x_2 = 3 : 4 \qquad x_1 + x_2 = 12$$

$$(x_1 + x_2) : x_2 = (3+4) : 4$$

$$12 : x_2 = 7 : 4$$

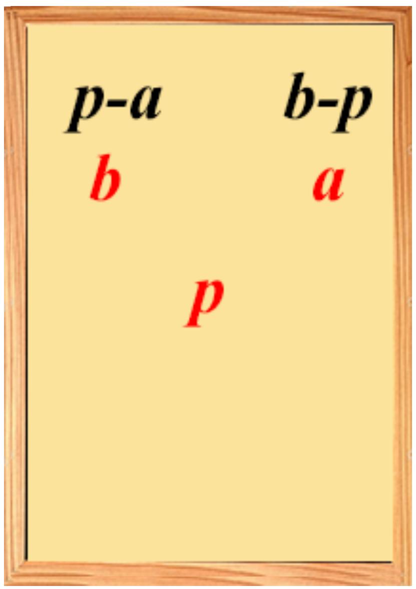
$$x_2 = \frac{48}{7} = 6\tfrac{6}{7}$$

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da a once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da b once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da p once a libbra



Mettiamo della moneta maggiore p-a libbre:
abbiamo quindi un surplus di argento di $(p-a)(b-p)$ once

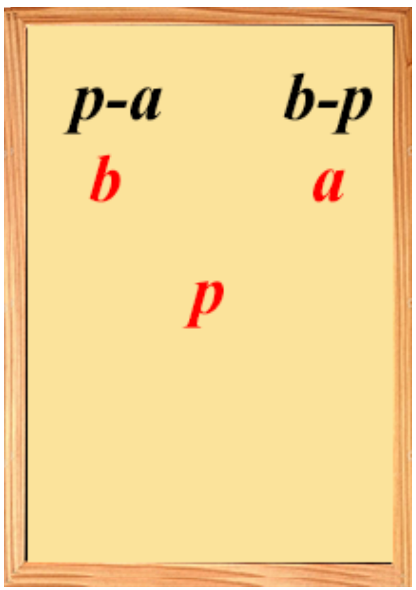
Mettiamo della moneta minore b-p libbre:
Abbiamo una mancanza di argento $(p-b)(p-a)$ once

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da a once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da b once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare moneta da p once a libbra



Mettiamo della moneta maggiore *p-a* libbre:
abbiamo quindi un surplus di argento di *(p-a)(b-p)* once

Mettiamo della moneta minore *b-p* libbre:
Abbiamo una mancanza di argento *(p-b)(p-a)* once

$$x_1 : x_2 = (p - a) : (b - p)$$

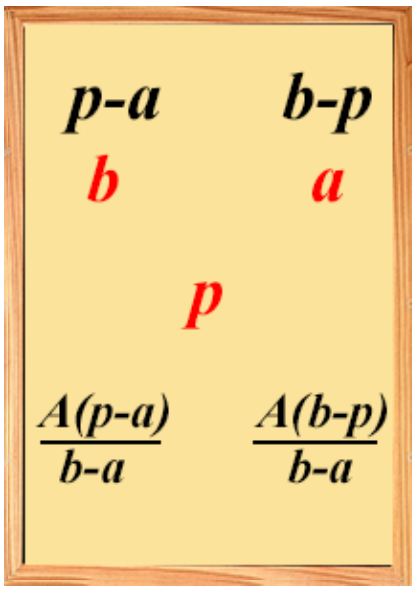
Se vogliamo fare *A* libbre di moneta da *p* once

Ad monetarum doctrinam (Cap XI.VI parte)

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da a once d'argento per ogni libbra*
- *La seconda da b once d'argento per ogni libbra*

Con queste vogliamo fare A libbre di moneta da p once a libbra



Scrivi i numeri noti nella lavagna
E la soluzione
Come si mostra.

La dimostrazione è sempre la stessa

La *regola* o come diremo oggi
l'*algoritmo*

Oggi si farebe così

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da* a *once d'argento per ogni libbra (*$a<p$*)*
- *La seconda da* b *once d'argento per ogni libbra (*$b>p$*)*

Con queste vogliamo fare moneta da p *once a libbra*

$$ax_1 + bx_2 = p(x_1 + x_2)$$

Oggi si farebe così

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da a once d'argento per ogni libbra ($a<p$)*
- *La seconda da b once d'argento per ogni libbra ($b>p$)*

Con queste vogliamo fare moneta da p once a libbra

$$ax_1 + bx_2 = p(x_1 + x_2)$$

$$(b - p)x_2 = (p - a)x_1$$

Oggi si farebe così

Abbiamo due tipi di moneta:

- *la prima da a once d'argento per ogni libbra (a<p)*
- *La seconda da b once d'argento per ogni libbra (b>p)*

Con queste vogliamo fare moneta da p once a libbra

$$ax_1 + bx_2 = p(x_1 + x_2)$$

$$(b - p)x_2 = (p - a)x_1$$

$$x_1 = (b - p)t \quad , \quad x_2 = (p - a)t$$

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

Fibonacci calcola 3 soluzioni particolari :

1. Ottiene 5 libbre da 4 fondendo 3 libbre da 2 e 2 libbre da 7:

P=(3,0,0,2)

2 3
7 2
4

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

Fibonacci calcola 3 soluzioni particolari :

1. Ottiene 5 libbre da 4 fondendo 3 libbre da 2 e 2 libbre da 7:

P=(3,0,0,2)

2 3
7 2
4

2. Ottiene 3 libbre da 4 fondendo 2 libbre da 3 e 1 libra da 6 :

S= (0,2,1,0)

1 2
6 3
4

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

Fibonacci calcola 3 soluzioni particolari :

1. Ottiene 5 libbre da 4 fondendo 3 libbre da 2 e 2 libbre da 7:

   P=(3,0,0,2)

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 3 \\ 7 & & 2 \\ & 4 & \end{array}$$

2. Ottiene 3 libbre da 4 fondendo 2 libbre da 3 e 1 libra da 6 :

   S= (0,2,1,0)

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 2 \\ 6 & & 3 \\ & 4 & \end{array}$$

3. Ottiene 2 libbre da 4 fondendo 1 libbra da 2 e 1 libbra da 6:

   T= (1,0,1,0)

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 2 \\ 6 & & 2 \\ & 4 & \end{array}$$

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$aP+bS+cT = a(3,0,0,2)+b(0,2,1,0)+c(1,0,1,0)$$

è ancora una lega da 4 once il cui peso totale è di $5a+3b+2c$ libbre.

$$5a+3b+2c = 19$$

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

aP+bS+cT = a(3,0,0,2)+b(0,2,1,0)+c(1,0,1,0)

è ancora una lega da 4 once il cui peso totale è di 5a+3b+2c libbre.

5a+3b+2c =19

a=2, b=1, c=3

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Fibonacci generalizza il problema al caso che le monete siano più di 2.

Nel problema (**XI.6.10**) vi sono monete da 2, da 3, da 6 e da 7 once a libbra e si vuole vedere come è possibile ottenere 19 libbre di monete da 4.

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$aP+bS+cT = a(3,0,0,2)+b(0,2,1,0)+c(1,0,1,0)$$

è ancora una lega da 4 once il cui peso totale è di $5a+3b+2c$ libbre.

$$5a+3b+2c = 19$$

$$a=2,\ b=1,\ c=3$$

$$2(3,0,0,2) + (0,2,1,0) + 3(1,0,1,0) = (7,2,2,2)$$

ovvero si devono fondere: 7 libbre di monete da 2, 2 libbre da 3, 2 libbre da 6 e 2 libbre da 7.

I monetieri sono contenti perché non ci sono frazioni !

Gereralizzazioni (Cap XI.VI parte)

Un problema surreale

(XI.6.17) *Qualcuno ebbe 240 [tipologie di] monete, delle quali la prima era da 1/20 di un'oncia d'argento per libbra; la seconda da 2/20 , cioè da 1/10; la terza da 3/20 ; la quarta da 4/20, cioè da 1/5, e così via per le rimanenti in ordine c'era sempre 1/20 d'oncia in più fino all'ultima moneta che era da 240/20, cioè di 12 once d'argento, cioè tutta la moneta era d'argento; da queste volle fare una moneta da 1/2 2 once: si chiede quanto metterà di ciascuna moneta.*

Fibonacci trova una soluzione intera molto semplice
Per le prime 50 monete si devono mettere 442 libbre ciascuna e per le altre 19 libbre.

Altri problemi (Cap XI.VI parte)

(XI.7) *Un uomo taglia due pezzi d'oro il cui peso totale era di una libbra* (12 0nce)*; di questi ne vende uno a 67 bisanti per libbra; e l'altro invece a 50 bisanti per libbra, ebbe 56 bisanti* [a libbra] *per entrambi i pezzi; si chiede quanto fu il peso di ciascun pezzo.*

Riportiamo la procedura di questo problema alla cultura delle monete.
Come se si dicesse: ho moneta da 67 once, e da 50; e voglio ricavare da esse moneta da 56;

Altri problemi (Cap XI.VI parte)

(XI.7) *Un uomo taglia due pezzi d'oro il cui peso totale era di una libbra* (12 0nce)*; di questi ne vende uno a 67 bisanti per libbra; e l'altro invece a 50 bisanti per libbra, ebbe 56 bisanti* [a libbra] *per entrambi i pezzi; si chiede quanto fu il peso di ciascun pezzo.*

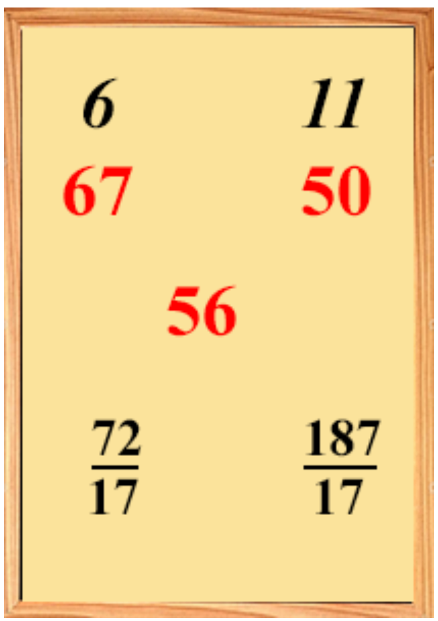
Riportiamo la procedura di questo problema alla cultura delle monete.
Come se si dicesse: ho moneta da 67 once, e da 50; e voglio ricavare da esse moneta da 56;

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ 67x_1 + 50x_2 = 56(x_1 + x_2) \end{cases}$$

Altri problemi (Cap XI.VI parte)

(XI.7) *Un uomo taglia due pezzi d'oro il cui peso totale era di una libbra* (12 0nce)*; di questi ne vende uno a 67 bisanti per libbra; e l'altro invece a 50 bisanti per libbra, ebbe 56 bisanti* [a libbra] *per entrambi i pezzi; si chiede quanto fu il peso di ciascun pezzo.*

Riportiamo la procedura di questo problema alla cultura delle monete.
Come se si dicesse: ho moneta da 67 once, e da 50; e voglio ricavare da esse moneta da 56;



Algoritmo:
Input:
- minore=50,
- maggiore =67
- risultante=56

Operazioni:
- A= risultante-minore
- B=maggiore − risultante
- C=A+B

Soluzione:
- Primo pezzo=12 per A diviso C
- Secondo pezzo=12 per B diviso C

Fibonacci e i 100 uccelli (Cap XI.VI parte)

(XI.7.15) *Ugualmente una pernice valga 3 denari, una colomba 2, una tortora 1/2 denaro, un passero di 1/4 denaro; e voglio di essi 30 uccelli per 30 denari.*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30 \\ 3x_1 + 2x_2 + \dfrac{1}{2}x_3 + \dfrac{1}{4}x_4 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30 \\ 12x_1 + 8x_2 + 2x_3 + x_4 = 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \end{cases}$$

Fibonacci trova 19 soluzioni.

Con il calcolatore abbiamo ritrovato le soluzioni di Fibonacci e se il numero di uccelli è 100 le soluzioni sono 265

il *Liber abbaci* di Leonardo Pisano nelle nostre aule

Il *liber abbaci* introduce "per le genti latine" per la prima volta la costruzione del campo dei numeri razionali.

I resti che vengono dalla divisione in parti uguali di un dato numero sono calcolati in vario modo con precisione arbitraria, anticipando e generalizzando la divisione con la virgola di Stevino di 3 secoli successiva.

L'enorme potenzialità del nuovo apparto aritmetico permette di risolvere una immensa classe di problemi di algebra lineare in una o più variabili esemplificati con centinaia di esempi concreti.

La lingua latina ci permette un rapporto didattico con il versante umanistico facendo rivivere ai nostri allievi il contesto storico-culturale che ha dato origine all'aritmetica moderna

I tantissimi problemi del *Liber abbaci* a volte concreti, a volte surreali, a volte astratti, a volte giocosi, offrono spunti di grande interesse per i nostri insegnanti ricercatori che trovano nel sito un aiuto e uno sbocco per diffondere le loro esperienze.