

*“The unreasonable effectiveness of mathematics
in the natural sciences”.*

Un MOOC di Storia della Biomatemática*



Erika Luciano – Elena Scalambro

Università degli Studi di Torino

Convegno ‘*Matematica e Storia*’ nel
Liceo Matematico

Ferrara, 11 dicembre 2020



* Progetto cofinanziato dal CIRDA (Centro Interdipartimentale per la Ricerca Didattica e l'Aggiornamento degli Insegnamenti).

Introduzione

Punto di partenza: creazione di un **insegnamento digitale open-source** di storia delle applicazioni della matematica alle scienze della vita, rivolto a

- ❑ i docenti in servizio e/o in formazione
- ❑ gli studenti universitari delle discipline STEM
- ❑ gli interessati ad approfondire in modo autonomo questi argomenti

M
a
s
s
i
v
e

O
p
e
n

O
n
l
i
n
e

C
o
u
r
s
e
s

Obiettivi principali



Arricchire il **bagaglio culturale** dei fruitori

Fornire ai docenti **idee progettuali** da cui partire per sviluppare attività didattiche coerenti

Formare una **comunità** di docenti e di studenti che collaborano alla costruzione collettiva di percorsi didattici

Introduzione

Quadro teorico

Radford

History as a goal, history as a tool

Katz

Link between the Teaching of Mathematics and the study of that discipline's History

Jankvist

Historical modules for the teaching & learning of mathematics

Initiative di *digital education in history of science* all'estero e in Italia (MIT, Groningen, Montpellier, Padova, ...)

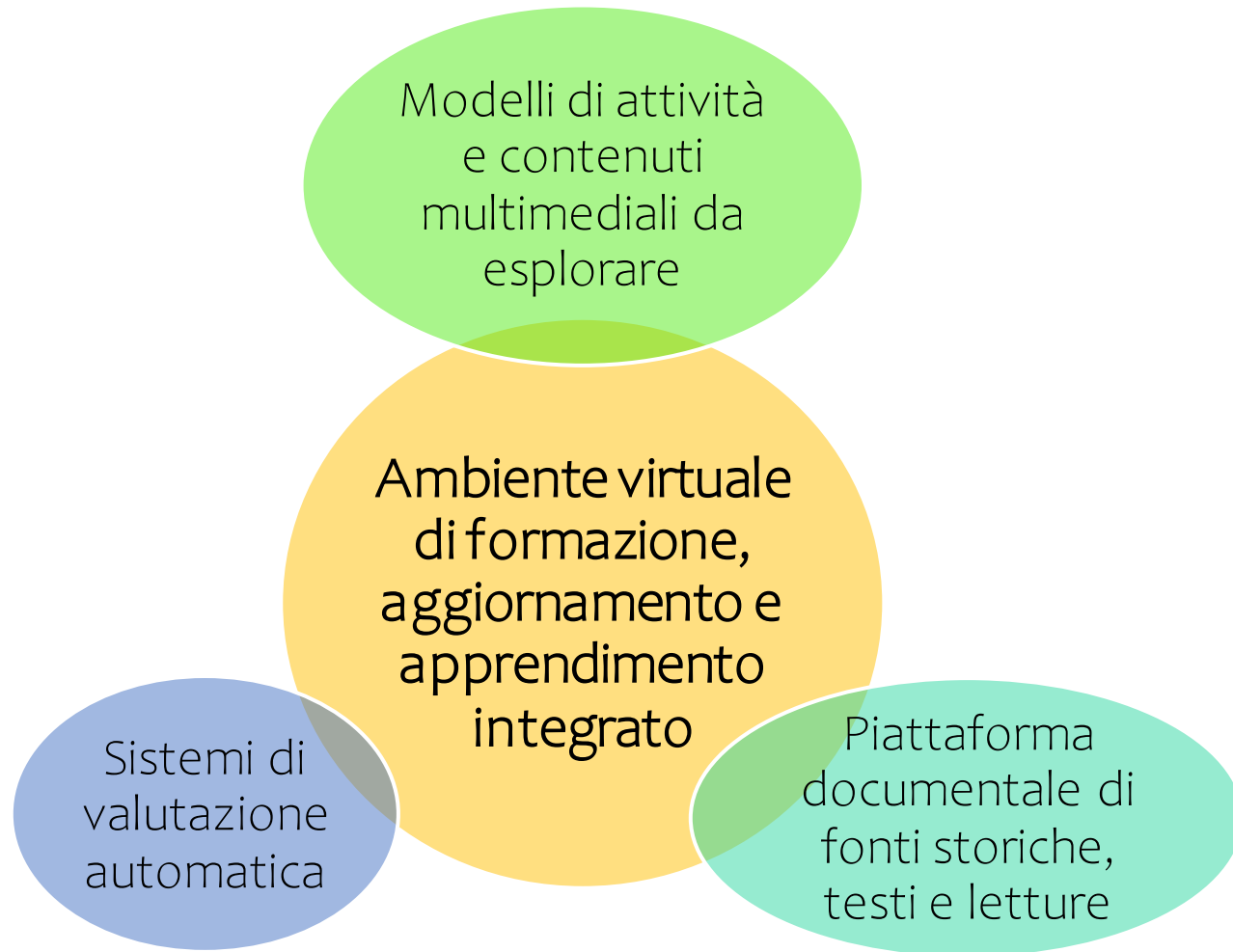


Ampliamento del panorama degli insegnamenti on-line open di storia della scienza

start@unito

Un MOOC di Storia della Biomatemática

Introduzione



[...] connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche che le hanno originate; inquadrarle nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e comprenderne il significato concettuale attraverso una **visione storico critica** anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.
[Indicazioni Nazionali 2012]

I moduli del MOOC

1° parte: Matematica in natura

Temi

- Metodo sperimentale
- La sezione aurea
- La successione di Fibonacci
- La forma dei fiocchi di neve
- Le leggi dell'Universo
- Dall'aritmetica binaria alla tassonomia



Metodo assiomatico vs. metodo sperimentale?
La "unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences".

(G. Vailati, V. Volterra, H. Poincaré, B. De Finetti, A. Koyré, E.P. Wigner, ...)



J. Kepler
e
la forma
dei
fiocchi di neve



La sezione aurea:
dal pentagono
regolare
alla fillotassi



*L'Universo è
scritto in caratteri
matematici.*
G. Galileo,
J. Kepler,
F. Bacon...



I conigli
di L.
Fibonacci



Aritmetica
binaria e
tassonomia:
dall'*Ching*
alla
*Philosophia
botanica*
di Linneo

I moduli del MOOC

2° parte: Matematica e scienze della vita

Temi

- Graunt e le tavole di mortalità
- Bernoulli, Duvillard e le epidemie
- Malthus, Verhulst e la dinamica delle popolazioni
- Schiaparelli e l'evoluzione
- Volterra, Lotka, Brelot e la *golden age* della biomatematica
- Il modello SIR



John Graunt
e
le tavole di
mortalità



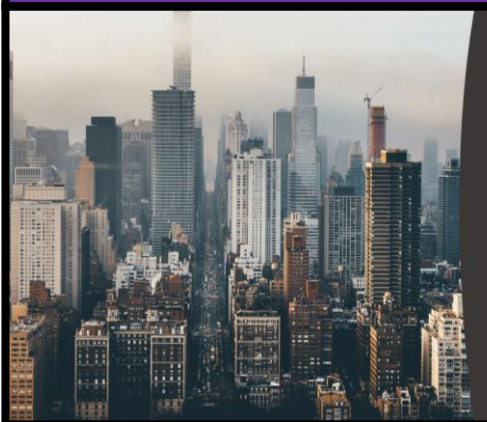
G.V. Schiaparelli:
un modello geometrico
per la teoria
dell'evoluzione



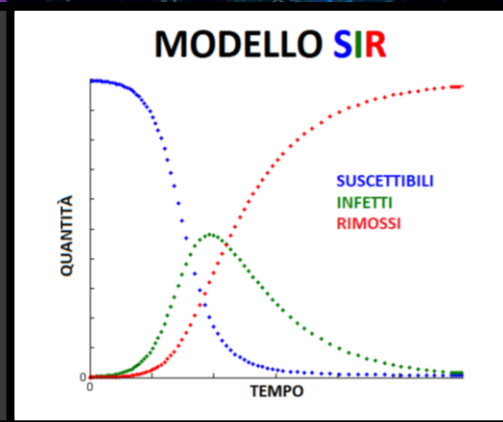
D. Bernoulli e
E.E.
Duvillard de
Durand:
matematica,
statistica ed
epidemie



La
'golden age'
della
biomatematica:
V. Volterra,
A. Lotka,
M. Brelot, ...



Equazioni
differenziali e
dinamica di
popolazioni:
i modelli di
T.R. Malthus
e
P.F. Verhulst



Il modello
SIR

Perché un MOOC

Fruibilità del MOOC

- Libera navigazione all'interno dei contenuti
- Target diversi
- Esigenze differenti

MOOC, ovvero corsi **open**, che consentono una **gestione autonoma dei tempi** (accesso “anywhere” e “anytime”) e promuovono **apprendimento** e **cooperazione**.
[Taranto, Arzarello, Robutti 2017]



Rimando ad un approfondimento!



Indietro Torna su Home Avanti



Collegamento a un testo originale o a un «Ricorda!»

Un esempio: il modulo sulla 'golden age' della biomatemática

Il modulo si articola in 9 capitoli che possiamo dividere in 3 aree tematiche

1. I protagonisti e il contesto storico
2. I modelli matematici
3. Le implicazioni e gli approfondimenti

The essence of history is story, and a good story is an end in itself.
[Mazur 2013]

 Introduzione	 Vito Volterra	 Alfred James Lotka	INDICE
 Marcel Brelot	 Due specie in competizione	 Il modello preda-predatore	
 La controversia Lotka-Volterra	 Le divergenze tra Volterra e Brelot	 Approfondimenti e bibliografia	

Un esempio

Importanza del contesto storico, culturale e sociale.

➔ Da sempre la conoscenza matematica è fortemente 'situata'

Vito Volterra (1860-1940)

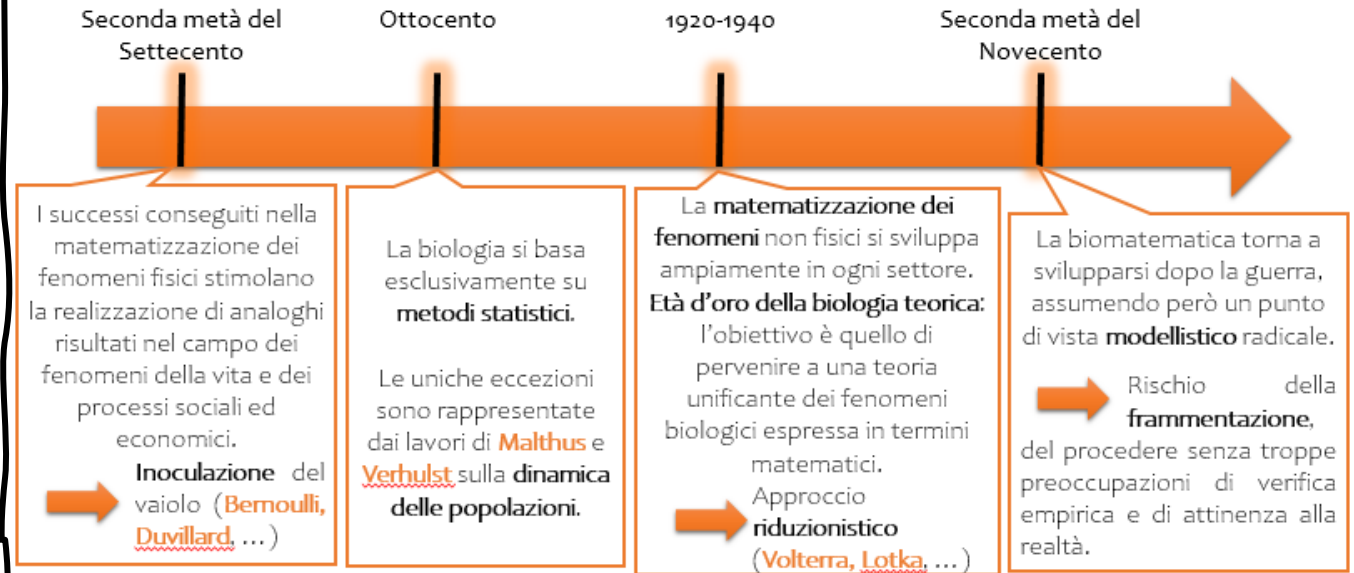


- ❑ Nel 1931 rifiuta di firmare il giuramento di fedeltà al regime, venendo esonerato dall'insegnamento e destituito dalle sue numerose cariche pubbliche.
➔ Volterra sfrutta questa nuova disponibilità di tempo per dedicarsi ancora di più alla ricerca
- ❑ Dal 1926 in avanti, Volterra pubblica oltre 70 lavori, specialmente di **biologia matematica** e sulla teoria dei funzionali.
- ❑ Nel 1938, essendo di origine ebraica, viene duramente colpito dalle **leggi razziali**.
- ❑ Nel 1940, alla sua morte, nessuna accademia o giornale scientifico italiano lo ricorda, mentre compaiono vari necrologi su riviste pubblicate fuori dall'Italia (C. Somigliana, B. Levi, ...).

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Introduzione



Un MOOC di Storia della Biomatemática



Achieving close familiarity with the intellectual development of a person or with an intellectual climate – now gone – that had nurtured a viewpoint. [Mazur 2013]

Un MOOC di Storia della Biomatemática

Un esempio

I modelli matematici

- Legame tra fenomeni naturali e modelli matematici
- Limiti e pregi del modello
- Ausilio di rappresentazioni grafiche
- Passaggi matematici più complessi negli approfondimenti

Un vero e proprio processo di matematizzazione si ha quando attraverso il varco si fa largo un tentativo sistematico di determinare relazioni [...] espresse in termini matematici.

[Israel 2004]

Il modello preda-predatore

Indicando con $H(t)$ e $P(t)$ rispettivamente il numero di prede e di predatori presenti al tempo t , le ipotesi introdotte conducono alle seguenti equazioni.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}H(t) = \varepsilon_1 H(t) - aH(t)P(t), & H(0) = H_0 > 0 \\ \frac{d}{dt}P(t) = -\varepsilon_2 P(t) + \gamma aH(t)P(t), & P(0) = P_0 > 0 \end{cases}$$

Come nel modello delle due specie in competizione, si può vedere che esiste un'unica soluzione locale del sistema e che risulta sempre $H(t) > 0$ e $P(t) > 0$.

Se vuoi scoprire il procedimento matematico che permette di arrivare a questa conclusione clicca sull'icona dell'approfondimento!

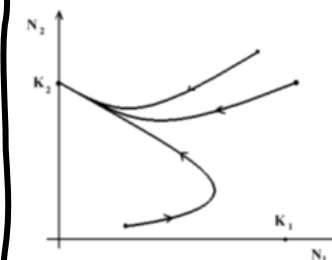
Un MOOC di Storia della Biomatemática



Due specie in competizione

Dall'analisi del modello matematico, Volterra trae il **principio ecologico dell'esclusione** (attualmente noto anche come **principio di Lotka-Volterra**) che ancora oggi è uno dei principi fondamentali dell'ecologia, secondo cui

Due specie distinte non possono occupare a lunga scadenza la stessa nicchia ecologica, ma necessariamente una delle due specie si estingue mentre l'altra tende a saturare la nicchia.



Questo è il grafico della traiettoria delle soluzioni del sistema nel caso in cui

$$h_1 K_1 < h_2 K_2$$

Da questa relazione emerge il fatto che l'esclusione viene determinata dal bilancio tra capacità dell'ambiente e misura di occupazione della nicchia.

Un MOOC di Storia della Biomatemática



La controversia Lotka-Volterra

- Nel 1925 **Lotka** pubblica il suo famoso trattato *Elements of Physical Biology*.
- Nel 1926 **Volterra** pubblica il primo lavoro di una lunga serie dedicato allo studio della dinamica di una popolazione.

La scoperta delle famose **equazioni preda-predatore** (successivamente denominate «equazioni di Lotka-Volterra»), che nella loro forma più semplice possono essere scritte nel modo seguente, dà origine ad una **contesa di priorità fra Lotka e Volterra**.

$$\frac{dx}{dt} = Ax - Bxy$$
$$\frac{dy}{dt} = Cxy - Dy$$

→ Questa scoperta simultanea e indipendente è indicativa del fatto che, in quel momento storico, tale problematica scientifica ha raggiunto un certo grado di 'maturità'.

Se vuoi leggere alcune lettere che si sono scambiati Lotka e Volterra su questa questione clicca sull'icona dell'**approfondimento!**

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Un esempio

Sviluppo del pensiero critico

- Confronto di idee e punti di vista differenti
- Legame con l'ambiente culturale

I diversi punti di vista di Lotka e Volterra

D'altra parte, possiamo riassumere in questo modo le principali differenze tra i pensieri di Lotka e di Volterra.

Volterra	Lotka
Fonda le proprie ricerche di biomatemática sulla fisica classica e sulla meccanica in particolare.	Ha un background più eclettico e non limita i propri studi ad un'analisi di tipo 'meccanico': è aperto anche ad altri approcci.
Persegue l'analogia con la meccanica .	Ha un'inclinazione per l'analogia con la termodinamica .
Ha un approccio fortemente deterministico .	Presta attenzione alle questioni 'vitalistiche' anche se da un punto di vista non vitalistico (es. ruolo della coscienza negli organismi viventi).

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Le divergenze tra Brelot e Volterra

I punti di vista dei due matematici su come condurre questo lavoro sono però diversi.

Volterra	Brelot
Nelle intenzioni di Volterra, Brelot doveva fare un'accurata trascrizione delle sue lezioni, rielaborare la parte matematica in tutti i suoi dettagli (e in particolar modo le dimostrazioni), aggiungendo dove necessario delle appendici che facilitassero la comprensione degli aspetti più tecnici.	Brelot pensava invece a un libro che, a partire da alcune semplici idee biologiche di base, si focalizzasse su « ricerca razionale , calcoli e teorie matematiche ».
Volterra, oltre ai matematici, vuole rivolgersi soprattutto ai biologi .	Brelot riteneva utile introdurre dei « postulati biologici » per facilitare la matematizzazione e per ottenere risultati parziali completi e coerenti.

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Un esempio

Approfondimenti di tipo differente

- Parti di analisi matematica
- Apparato documentale
- Attività didattiche



APPROFONDIMENTI

Analisi del modello di Volterra di due specie in competizione

Analisi del modello preda-predatore

Le risposte funzionali Holling

Alcune lettere di Lotka e Volterra

Alcune lettere di Volterra e Brelot

Bibliografia e sitografia

Bibliografia e ampia sitografia per arricchire ulteriormente il proprio bagaglio culturale.

Bibliografia secondaria

COEN S. 2008, *La vita di Vito Volterra vista anche nella varia prospettiva di biografie più o meno recenti*, La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, s.1, 1, n.3, p. 443-476.
FALCONE M. & ISRAEL G. 1985, *Qualitative and numerical analysis of a class of prey-predator models*, Acta Applicandae Mathematicae, 4, p. 225-258.
GATTO M. 2009, *On Volterra and D'Ancona's footsteps: The temporal and spatial complexity of ecological interactions and networks*, Italian Journal of Zoology, 76:1, p. 3-15.
ISRAEL G. & MILLAN GASCA A. 2002, *The Biology of Numbers. The Correspondence of Vito Volterra on Mathematical Biology*, Basel-Boston-Berlin, Birkhäuser.
ISRAEL G. 1988, *The contribution of Volterra and Lotka to the development of modern biomathematics*, History and Philosophy of the Life Sciences, 10, p. 37-49.
ISRAEL G. 1990, *Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali' di Vito Volterra (1860-1940)*, Archimede, 27, p. 115-123.

Sitografia

http://www.science.unitn.it/~analisi/biomas/note/BIOMAT_o8_o9.pdf
https://www.treccani.it/enciclopedia/vito-volterra_%28Enciclopedia-Italiana%29/
https://www.treccani.it/enciclopedia/lotka_%28Enciclopedia-della-Matematica%29/
<https://www.emis.de/journals/JEHP/juin2008/Veron.pdf>
<http://www.science.unitn.it/~analisi/biomas/note/prey-predator.pdf>
<http://www.data.unibg.it/dati/corsi/21015/36126-prova.pdf>
<http://www.federica.unina.it/smf/metodi-e-modelli-matematici/modello-preda-predatore-di-lotka-volterra/>
<http://calvino.polito.it/~mazzi/analisi%2011/volterra.pdf>
https://minerva.miurprogettoppo.unibo.it/pluginfile.php/9050/mod_resource/content/0/10_Il_sistema_preda-predatori.pdf

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Un MOOC di Storia della Biomatemática



Test di autovalutazione

□ Autovalutazione
→ Studio individuale

□ Creazione di test online con sistema automatico di valutazione mediante software open source (Socrative, Quizzizz, G. Moduli, M. Forms...)

Test di autovalutazione per il MOOC

“La ‘golden age’ della biomatemática: V. Volterra, A. Lotka, M. Brelot, ...”

Quesiti – Scuola secondaria e Università

- 1) La “golden age” della biologia teorica si ha:
 - a. nella seconda metà del Settecento.
 - b. nell’Ottocento.
 - c. tra il 1920 e il 1940.
 - d. nella seconda metà del Novecento.
- 2) Durante la golden age della biologia teorica, la branca della matematica che dà l’ossatura alla biologia teorica è:
 - a. il calcolo delle probabilità.
 - b. l’algebra.
 - c. la statistica.
 - d. l’analisi.
- 3) L’approccio di Volterra alla biomatemática si può definire:
 - a. riduzionista-meccanicista.
 - b. modellistico-specialistico.
 - c. applicativo-classico.
 - d. statistico-evoluzionistico.
- 4) A proposito della teoria delle due specie in competizione, quale tra le seguenti affermazioni è falsa?
 - a. Il potenziale biologico è definito come la differenza tra tasso di natalità e tasso di mortalità di una popolazione.
 - b. Il potenziale biologico è indipendente dalla capacità portante.
 - c. Il potenziale biologico di ciascuna specie dipende dal numero di individui della specie stessa.
 - d. Il potenziale biologico di ciascuna specie dipende dal numero di individui del competitore.
- 5) Il principio secondo cui “Due specie distinte non possono occupare a lunga scadenza la stessa nicchia ecologica, ma necessariamente una delle due specie si estingue mentre l’altra tende a saturare la nicchia” è detto:
 - a. Principio ecologico dell’esclusione.
 - b. Principio della capacità portante.
 - c. Principio di competizione tra specie.
 - d. Principio di selezione naturale.

- 6) il modello preda-predatore viene formulato da Volterra:
 - a. come caso particolare del modello delle due specie in competizione.
 - b. dall’osservazione di alcuni dati della pesca nel Mediterraneo.
 - c. a seguito dell’estinzione di alcuni pesci preda ad opera dei pesci predatori nei mari di Venezia, Trieste e Fiume.
 - d. come risposta agli studi di Lotka degli anni precedenti.
- 7) L’enunciato di Volterra “Se individui di entrambe le specie vengono distrutti in modo uniforme e proporzionale al loro numero, i predatori aumentano in media e le prede diminuiscono; mentre la protezione/tutela delle prede comporta un aumento del numero medio di individui di entrambe le specie” è noto come:
 - a. legge della fluttuazione
 - b. legge della conservazione delle medie
 - c. legge di perturbazione delle medie
 - d. legge di distruzione e protezione delle specie
- 8) La diminuzione della pesca, secondo il modello preda-predatore, ha come conseguenza:
 - a. l’aumento della preda.
 - b. la diminuzione della preda.
 - c. l’aumento del predatore.
 - d. la diminuzione del predatore.
- 9) Lotka e Volterra:
 - a. prediligono entrambi un approccio modellistico nei loro studi sull’interazione preda-predatore.
 - b. avendo scoperto simultaneamente e indipendentemente le equazioni del modello preda-predatore, decidono di chiamarle “equazioni di Lotka-Volterra”.
 - c. danno poca importanza al legame tra rappresentazione matematica e dati empirici.
 - d. considerano quello dell’analogia un approccio inadeguato e scorretto.
- 10) Riguardo alla questione dei postulati biologici, introdotti da Brelot, quale delle seguenti affermazioni è falsa?
 - a. Volterra, più vicino alla realtà empirica, vuole limitare o addirittura fare a meno dei postulati biologici.
 - b. Il postulato biologico, secondo Brelot, è una assunzione che viene introdotta per poter trarre delle conclusioni che non emergerebbero da un punto di vista strettamente matematico.
 - c. Secondo Volterra, il confine tra matematica e biologia è labile: l’evidenza biologica non può non interferire con gli sviluppi teorici.
 - d. Secondo Brelot, l’introduzione di postulati biologici facilita la matematizzazione.

Scheda di lettura

Un MOOC di Storia della Bion

Scheda di lettura per il MOOC "La golden age"

Le tre leggi fondamentali del sistema preda-predatore di Volterra

Noi possiamo riassumere i diversi risultati ottenuti nelle leggi seguenti che chi le leggi fondamentali delle fluttuazioni di due specie conviventi:

1^a) LEGGE DEL CICLO PERIODICO. – Le fluttuazioni delle due specie sono **periodiche** e il periodo dipende soltanto [...] dai coefficienti di accrescimento e di esaurimento dalle condizioni iniziali.

2^a) LEGGE DELLA CONSERVAZIONE DELLE MEDIE. – Le medie dei numeri di individui delle due specie sono costanti **qualunque siano i valori iniziali** dei numeri di individui delle due specie finché si mantengono costanti i coefficienti di accrescimento e di esaurimento delle due specie e quelli di protezione e di offesa.

3^a) LEGGE DELLA PERTURBAZIONE DELLE MEDIE. – Se si cerca di disturbare uniformemente e proporzionalmente al loro numero gli individui delle due specie, cresce la media del numero di individui della **specie mangiata** e diminuisce quella della **specie mangiante**. L'aumento di protezione della specie mangiata aumenta invece ambedue le medie.

[...] Sembra che le specie animali per le quali nel loro stato naturale le variazioni di queste leggi sono le più facili ad eseguirsi siano i pesci, dei quali appunto le fluttuazioni delle due specie che si nutrono le une delle altre. La **pesca continua** costituisce una delle fluttuazioni più uniforme di individui delle varie specie.

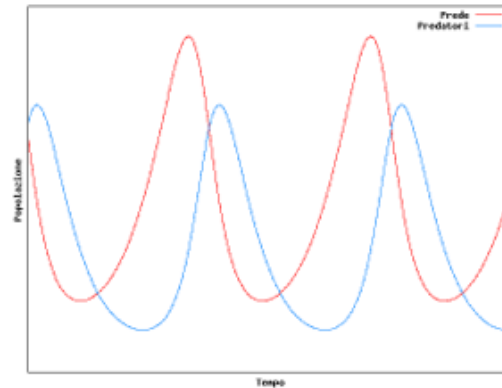
La **cessazione della pesca** durante il periodo della guerra e la ripresa nel dopoguerra costituiscono passaggi paragonabili a quelli considerati di sopra da uno ad un altro ciclo. Inoltre la maggiore o minore abbondanza di pesca delle varie specie determinata dalle statistiche dà una misura dell'abbondanza degli individui delle varie specie. **Le statistiche della pesca forniscono dei dati sulle fluttuazioni.**

I risultati delle statistiche si mostrano in accordo colle previsioni matematiche.

[Volterra 1927, *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi*, Memorie del R. Comitato talassografico italiano, 131, pp. 37-39]

Domande

1. Qual è il significato della legge del ciclo periodico? Perché Volterra utilizza il termine "periodiche"?
2. In termini moderni, per la seconda legge fondamentale del sistema preda-predatore, si ha che il numero medio degli individui di entrambe le specie (preda e predatore) tende a un valore costante. Perché, secondo te, Volterra afferma che questo è indipendente dai valori iniziali?
3. La terza legge illustra gli effetti della distruzione/protezione della "specie mangiante" (predatore) e della "specie mangiata" (preda). Qual è la differenza sostanziale messa in luce da questa legge?
4. Volterra porta come esempio il caso della pesca. Cosa accade quando si attua una "pesca continua"?
5. La Grande Guerra ha causato ciò che Volterra definisce "cessazione della pesca". In accordo con la terza legge, cosa dovrebbe avere comportato in termini di aumento/diminuzione dei pesci preda/predatore?
6. Tenendo presente che il termine "fluttuazioni" indica le variazioni del numero di individui di una popolazione, perché l'autore scrive che le "statistiche della pesca forniscono dei dati sulle fluttuazioni"?
7. La frase conclusiva "I risultati delle statistiche si mostrano in accordo colle previsioni matematiche" evidenzia l'applicabilità della matematica ai problemi biologici. Perché, secondo te, Volterra sottolinea questo punto, tenendo presente il risultato che hai scoperto nel MOOC.
8. Il seguente grafico rappresenta un modello semplificato dell'andamento delle popolazioni di preda e predatori.



Prova spiegare questo grafico alla luce delle tre leggi fondamentali di Volterra.

Importanza e valore educativo delle fonti originali

I would suggest that bringing history of mathematics into mathematics education in such a way that it is both **mathematics** and also **truly history of mathematics** consists, first of all, in the **study of original texts.**

[Radford 2014]

Alcuni tratti distintivi

Attenzione verso i testi originali

Reading original sources directs the attention to processes, which leads to the genesis of concepts.

[Radford, Furinghetti 2014]

$35 =$	$35 =$	<p>I Ching</p> <p>— 1</p> <p>- - 0</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; display: inline-block;"> $35 = 100011$ </div> <p>↓</p>
1×2^0	1	
+	+	
1×2^1	2	
+	+	
0×2^2	0	
+	+	
0×2^3	0	
+	+	
0×2^4	0	
+	+	
1×2^5	32	

Un MOOC di Storia della Biomatemática

Secondo Vito Volterra...

Il passaggio di una scienza dall'epoca che dirò pre-matematica a quella in cui essa tende a divenir matematica, resta caratterizzato da ciò: che gli elementi, che essa studia, vengono esaminati in modo quantitativo anziché qualitativo; onde in questa transizione le definizioni che richiamano soltanto alla mente l'idea degli elementi stessi con una immagine più o meno vaga, cedono man mano il posto a quelle definizioni o a quei principii che li determinano, offrendo invece il modo di misurarli.

Però, il tradurre nel linguaggio dell'aritmetica o della geometria i fatti della natura, è piuttosto schiudere il varco alle matematiche, che non porre in opra lo strumento dell'analisi.

Lo studiare le leggi con cui variano gli enti suscettibili di misura, l'idealizzarli, spogliandoli di certe proprietà o attribuendone loro alcune in modo assoluto, e lo stabilire una o più ipotesi elementari che regolino il loro variare simultaneo e complesso; ciò segna il momento in cui veramente si gettano le basi sulle quali potrà costruirsi l'intero edificio analitico.

Ed è allora che si vede riflettere tutta la potenza dei metodi, che la matematica largamente pone a disposizione di chi sa usarli.

[V. Volterra, 1901]



Un MOOC di Storia della Biomatemática

L'opinione di E. Morselli

Morselli scrive che la pubblicazione del saggio di Schiaparelli

costituisce un avvenimento di grande significato nei progressi della Biologia generale. Non è a stupire che lo scopritore di tante meraviglie nel mondo astronomico abbia rivolta la sua attenzione ai problemi del mondo vivente: le leggi, che regolano l'universo, sono ovunque le medesime, sia per riguardo alle grandi moli roteanti nello spazio, sia per riguardo ai più piccoli cristalli, ai minimi fra i corpi organizzati viventi. Un grande scienziato, come lo Schiaparelli, è ben in grado di afferrare colla sua mente i problemi più diversi, di vederne le lacune e le oscurità, e con sintesi ardita di empirie le une, di illuminare le altre. È ciò che ha fatto l'insigne uomo trattando genialmente, da pari suo, della formazione degli organismi. Non tutte le idee che egli profonde, con larghezza di gran signore, nel suo Saggio saranno accettate dai naturalisti.

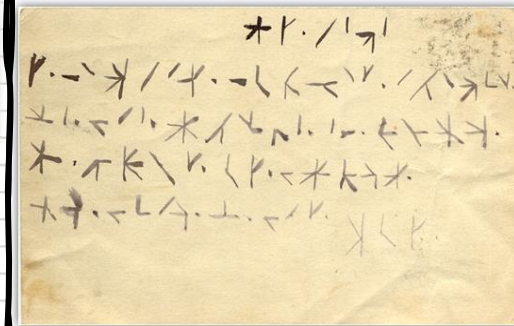
[Morselli, 1899]



Prof. E. Morselli

Un MOOC di Storia della Biomatemática

Le tre cartoline di G. Peano a G. Vacca



Caro Vacca, ho ricevuto l'annuncio ufficiale della sua conferma ad assistente per il prossimo anno scolastico. Tanti saluti dal suo Peano.

G. Peano a G. Vacca 2.11.1898

Un MOOC di Storia della Biomatemática

Nel dibattito

Tuttavia, bisogna anche considerare un altro aspetto del problema:



Quali possono essere, se ve ne sono, i **vantaggi per la società** derivanti dal fatto che una grande porzione della popolazione è vaccinata (contro una malattia)?

Immunità di gregge

Un MOOC di Storia della Biomatemematica

Il grafico del modello di Malthus

Esaminando il grafico si distinguono tre casi.

ϵ	Situazione	Tipo di crescita
> 0	Il numero di nati supera quello dei morti; la popolazione cresce molto velocemente.	Crescita esponenziale
$= 0$	Il numero dei nati è uguale al numero di morti; la popolazione rimane costante nel tempo.	Nessuna crescita
< 0	Il numero dei morti supera quello dei nati; la popolazione diminuisce molto velocemente.	Decrescita esponenziale

Se ti interessano dei video che applicano il **modello esponenziale** alla diffusione del Covid-19 clicca sull'icona!

Un MOOC di Storia della Biomatemematica

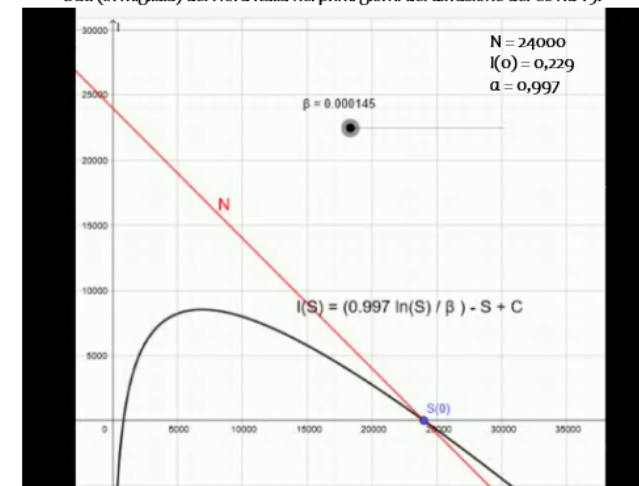
Collegamenti con l'attualità con un duplice obiettivo:

- ❑ scardinare la visione della matematica come disciplina 'statica' e immutabile;
- ❑ favorire il dialogo e la riflessione sulle sue applicazioni alla realtà.

Il parametro di contagio β , come abbiamo già visto precedentemente per il modello SIR, gestisce inoltre due aspetti importanti: quando si verifica il **picco degli infetti** e il valore massimo di tale picco.

Vediamolo nel caso del **COVID-19**, usando, per semplicità, la soluzione del modello SIR degli Infetti in funzione dei Suscettibili.

Dati (in migliaia) del Nord Italia nei primi giorni della diffusione del CoVid-19.



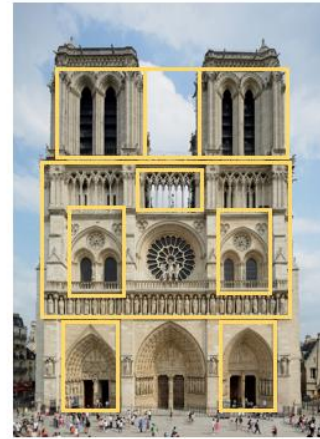
Un MOOC di Storia della Biomatemematica

Funzione di collegamento tra discipline diverse



Arte

Architettura aurea antica e moderna



Cathédrale Notre-Dame de Paris
1344
Île-de-France,
Parigi, Francia



Canadian National Tower
1976
Toronto, Canada

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Arte e neve



Claude Monet
Neve ad Argenteuil
1875
71 x 91 cm
Londra
National Gallery

Un MOOC di Storia della Biomatemática



I numeri di Fibonacci nell'arte



Dal 2002, in occasione della sistemazione dell'illuminazione esterna e della nascita del progetto "Luci d'Artista", sul fianco della cupola della Mole Antonelliana di Torino è stata installata una scultura luminosa di Merz, *Il volo dei numeri*. Rappresenta l'inizio della serie di Fibonacci, ed è una sfolgorante installazione concettuale con l'obiettivo di rappresentare il processo di crescita tipico di molti fenomeni naturali.

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Storia della tassonomia

Sappiamo che **Linneo** ha poi rivoluzionato la tassonomia con la sua **denominazione binomiale**, standardizzando così la nomenclatura.

Sono state introdotte alcune modifiche solo in seguito alle teorie evoluzioniste di Charles **Darwin**. Successivamente si è anche tenuto conto delle analogie fra i genomi delle varie specie che spiegano il modo in cui le specie si sono evolute e quanto si sono distanziate le une dalle altre.

La tassonomia moderna contempla **6 regni**

- eubatteri (*Eubacteria*)
- archeobatteri (*Archaeobacteria*)
- protisti (*Protista*)
- funghi (*Fungi*)
- piante (*Plantae*)
- animali (*Animalia*)

Raggruppati in **3 domini**:

- Bacteria
- Archea
- Eukarya

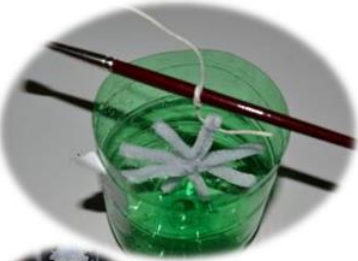


Un MOOC di Storia della Biomatemática



Esperimento: cristalli di ghiaccio con l'acido bórico

4) Versare l'acqua non più bollente nel contenitore e posizionare il fiocco in questo modo, fino a coprirlo completamente con l'acqua.



5) Quando l'acqua inizia a raffreddarsi, si formano dei piccoli cristalli. Togliere il fiocco dall'acqua dopo qualche ora, quando ha raggiunto lo spessore desiderato.

6) Lasciare ad asciugare il fiocco.



Attenzione: maneggiare il fiocco con delicatezza!

Un MOOC di Storia della Biomatemática



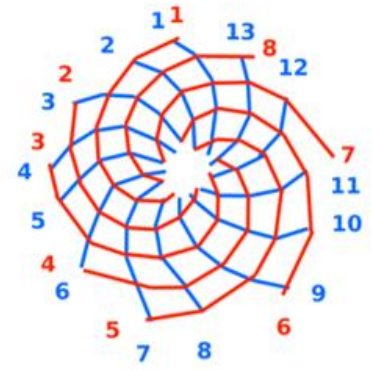
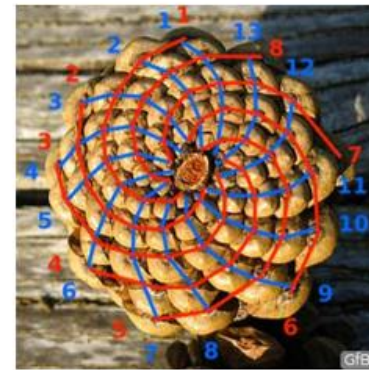
Un MOOC di Storia della Biomatemática

Interdisciplinarietà: i collegamenti con Scienze

La successione di Fibonacci in natura

La successione di Fibonacci compare anche nelle **pigne** dei pini marittimi (*Pinus pinaster*) e dei pini neri (*Pinus nigra*). Infatti le scaglie delle pigne – che si chiamano **brattee** – seguono un andamento a spirale aurea.

Osservando le pigne dalla parte del peduncolo, possiamo individuare **8 spirali** che si avvolgono in senso orario e **13** in senso antiorario.



Un MOOC di Storia della Biomatemática



Per penetrare più a fondo la natura di questi fenomeni, è indispensabile combinare il metodo sperimentale con la teoria matematica. [Gause, 1935]

Proposte di attività didattiche da fare in classe, nell'ottica di stimolare anche la discussione collettiva.

Knowledge is necessarily social knowledge.
[Radford 1997]

Esempi e applicazioni del modello di Malthus



Es. 3. Consideriamo una certa popolazione con

$$N_0 = 100.$$

Sappiamo che dopo 5 giorni la popolazione è costituita da 1500 individui, cioè

$$N(5) = 1500.$$

Qual è il potenziale biologico r della popolazione?

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Operazioni in codice binario

Prova a risolvere le seguenti operazioni in aritmetica binaria!

- a) $10001 + 1011$
- b) $1101 - 1011$
- c) $10101 - 1011$
- d) $11000 - 111$
- e) $11011,01 - 1101,1$
- f) 10001×1011
- g) $1011,11 \times 10,1$
- h) $1101100,11 : 1111$



➡ Trovi le soluzioni nelle slide successive.

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Una proposta di attività didattica

Livello: classi IV e V della scuola secondaria di secondo grado.

Requisiti: le nozioni di: probabilità di eventi indipendenti; derivata di una funzione, segno della derivata e monotonìa; derivazione della funzione composta e della funzione inversa; funzione logaritmo; teorema degli zeri.

Competenze:

- Utilizzare le strategie del pensiero razionale negli aspetti dialettici ed algoritmici per affrontare situazioni problematiche, elaborando opportune soluzioni (Suppl. ord. n. 60 alla G.U. dd. 30 marzo 2012; Cf. Atti Commissione UMI-CIIM, F. Arzarello et al.).
- Esercitare la descrizione di quanto sentito, letto o visto, di esperienze personali e sociali sui temi di attualità proposti.

Obiettivi:

- Applicare in un contesto reale i concetti matematici appresi.
- Analizzare il significato dei risultati matematici ottenuti all'interno del contesto proposto.

Un MOOC di Storia della Biomatemática

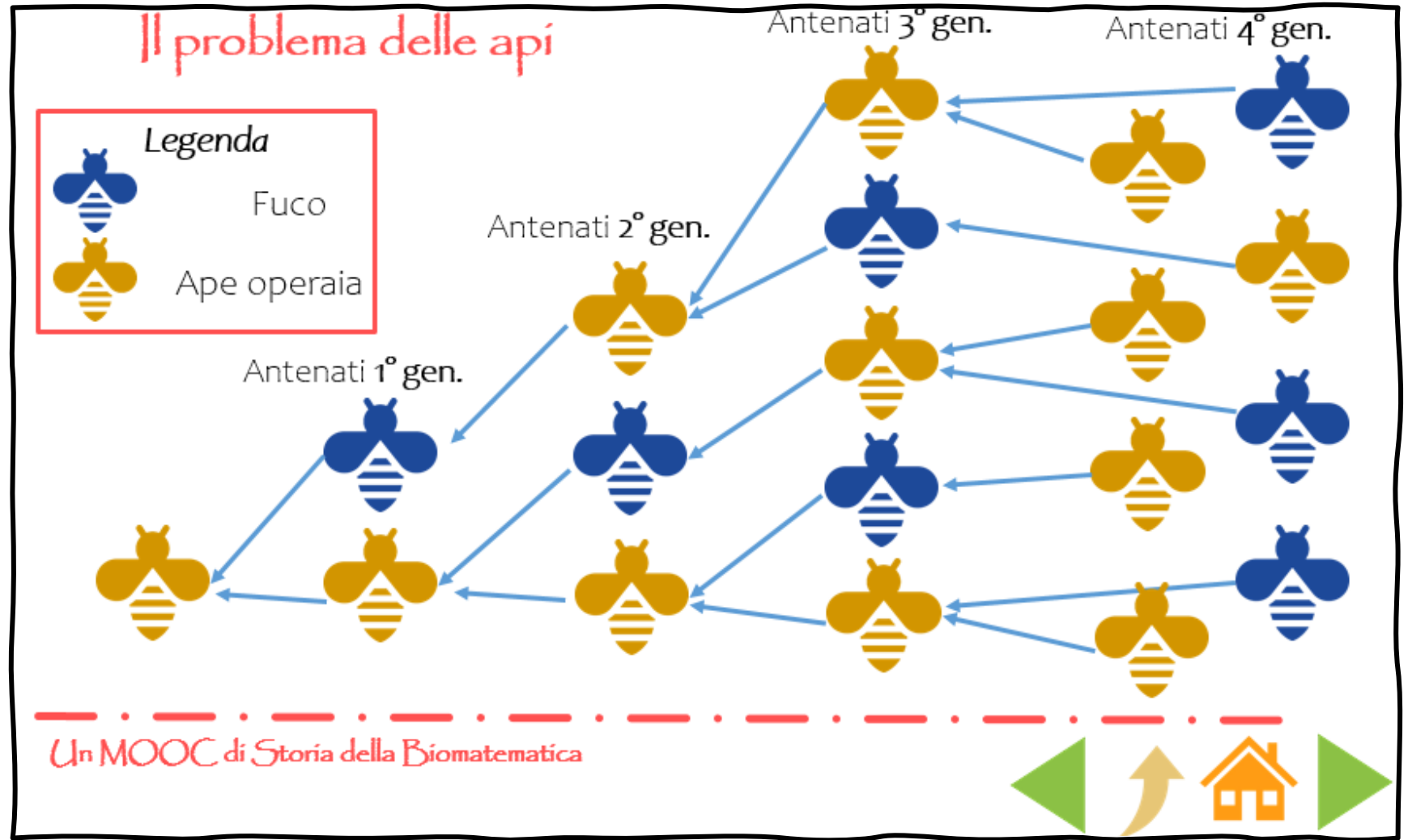


Utilizzo della «tecnica della ricerca variata» negli esercizi e negli approfondimenti proposti, in modo da favorire la comprensione profonda dei concetti.

I conigli di Fibonacci



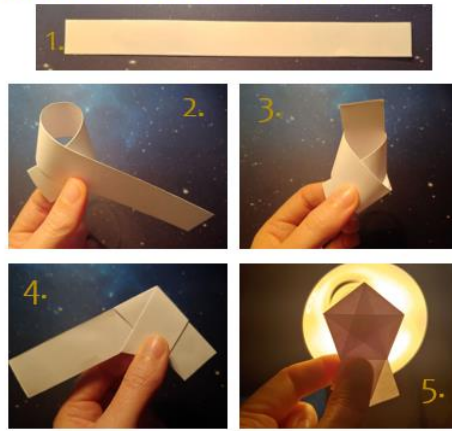
Il problema delle api



1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 ...

Come costruire un pentagono con una striscia di carta

1. Prendi una striscia di carta lunga circa **20 cm** e larga circa **2 cm** (considera che il lato del tuo pentagono verrà poco più lungo della lunghezza della striscia).
2. Fai un'asola abbastanza larga vicino all'estremo di sinistra.
3. Infilà l'estremo di destra nel buco dell'asola.
4. Stringi bene il nodo (senza strappare la carta!) e appiattiscilo. **Ecco il tuo pentagono regolare!**
5. **EXTRA:** se ripieghi il lembo più lungo all'indietro, seguendo un lato del pentagono, e guardi la figura in **trasparenza**, vedrai comparire anche la **stella a cinque punte!**



Un MOOC di Storia della Biomatemática



Proposte di attività didattiche 'individuali'

- Attività manuali
- Creatività
- Costruzione di strumenti per 'misurare' il mondo che ci circonda

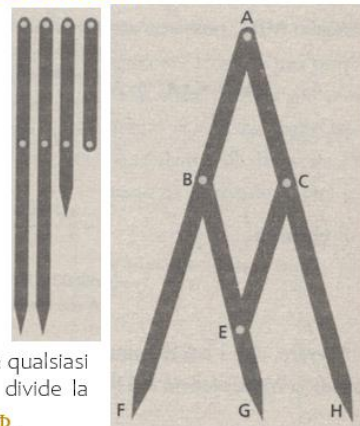
Come costruire un compasso aureo

Ti serviranno:

- quattro strisce di carta di larghezza **1 cm**, come mostrato in figura, di cui due lunghe **21 cm**, una lunga **13 cm** e una lunga **8 cm**
- 4 fermacampioni

Come fare:

1. In ciascuna striscia fai un buco all'estremità tonda.
2. In ciascuna striscia fai un buco a 8 cm dall'estremità tonda (nella striscia da 8 cm, corrisponderà con l'altra estremità).
3. Costruisci come mostrato in figura.



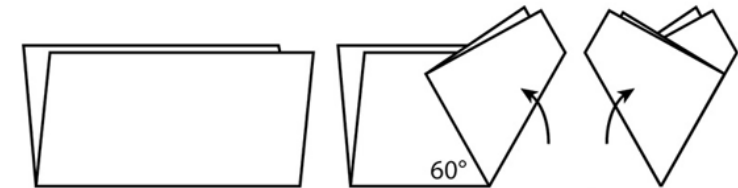
Posizionando le estremità **F** e **H** del compasso su una lunghezza qualsiasi (di massimo 40 cm), l'estremità **G** individuerà un punto che divide la lunghezza in **FG** e **GH** tali che $\frac{FG}{GH} = \Phi$. E allo stesso modo $\frac{FH}{FG} = \Phi$.

Un MOOC di Storia della Biomatemática

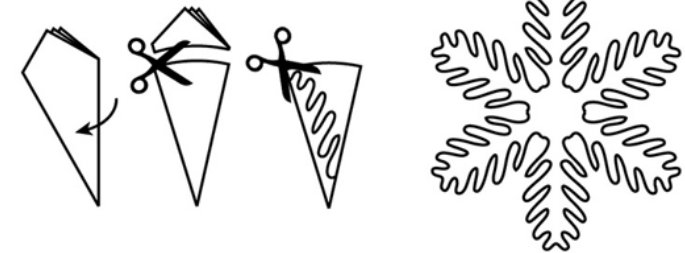


Crea il tuo fiocco di neve!

Per creare un fiocco con la carta, basta piegare un foglio quadrato in modo da ottenere questi 3 assi di simmetria!



Per farlo piegate il foglio quadrato a metà e poi in tre in modo da ottenere un triangolo equilatero. Piegate ancora a metà e sbizzarritevi con le forbici!



Un MOOC di Storia della Biomatemática



Video su Leonardo Pisano



PER I DOCENTI

Si consiglia la visione del video al link di fianco contenente l'intervento «Leonardo Pisano e le scuole d'abaco» dello storico della matematica Pier Daniele Napolitani, tenuto all'interno dell'evento FIBONACCI 850, In occasione dell'anniversario della nascita.



PER GLI STUDENTI

Si consiglia la visione del video al link di fianco in cui viene raccontata la storia di Fibonacci.



Un MOOC di Storia della Biomatemática



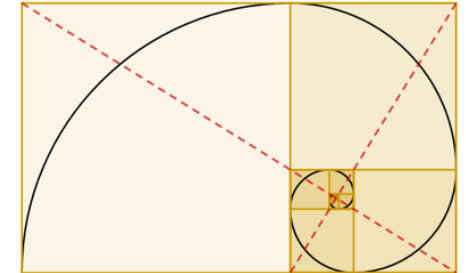
Collegamenti ad altre risorse open source

- GeoGebra online
- Video
- Canzoni
- Contenuti multimediali di musei ed enti culturali

La spirale aurea

Se tracciamo una delle **diagonali** del rettangolo di partenza (quella che non ha come estremo il vertice da dove inizia la spirale), e facciamo lo stesso per ciascun rettangolo aureo che si forma ad ogni passaggio, notiamo che le diagonali si **sovrappongono** sempre alle prime due tracciate.

Questi due segmenti si incontrano **perpendicolarmente**, e il punto di intersezione è proprio l'**origine della nostra spirale**, chiamato anche **Occhio di Dio**, proprio per il fatto che tutto sembra vertere attorno a questo punto, dalle spirali alle diagonali e alla sequenza di quadrati. Questo punto verrà raggiunto dalla spirale di Fibonacci solo all'infinito.



Con GeoGebra (<https://www.geogebra.org/classic?lang=it>) puoi provare a ricostruirlo allo stesso modo e ripetere il procedimento all'interno o all'esterno quante volte vuoi!

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Musica e leggi di Keplero



Per ripassare le leggi di Keplero si consiglia la canzone didattica di Lorenzo Baglioni intitolata *Le leggi di Keplero*.

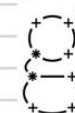


Un MOOC di Storia della Biomatemática



Il modello di Tolomeo

Per ulteriori informazioni circa il modello di Tolomeo si consiglia la visione del video realizzato dal Museo Galileo di Firenze al link di fianco.



museo galileo + Istituto e Museo di Storia della Scienza

Un MOOC di Storia della Biomatemática



Un MOOC di Storia della Biomatemática

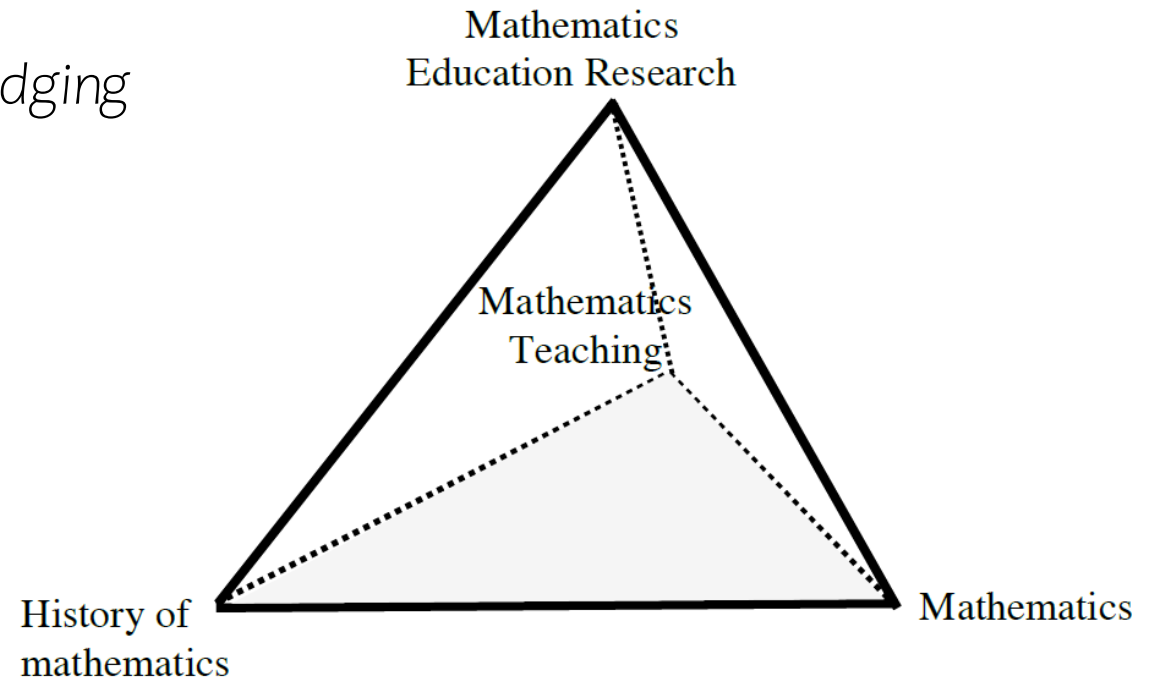
Conclusioni

Un MOOC... tante implicazioni.

- ❑ Comprensione del **significato concettuale** delle diverse teorie matematiche, con particolare riguardo alla matematizzazione delle scienze della vita.
- ❑ **Interazioni** tra più comunità (docenti, studenti, ricercatori in didattica della matematica, storici della matematica).
- ❑ Storia della matematica con un «*bridging role*» all'interno dell'apprendimento.

Studying the evolution of concepts is sometimes the best way of coming to an understanding of those concepts.

[Mazur 2013]



Bibliografia essenziale

ISRAEL G. & MILLAN GASCA A. 2002, *The Biology of Numbers. The Correspondence of Vito Volterra on Mathematical Biology*, Basel-Boston-Berlin, Birkhäuser.

ISRAEL G. 2004, *Oltre il mondo inanimato: la storia travagliata della matematizzazione dei fenomeni biologici e sociali*, Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, s.8, 7-B, n.2, p. 275–304.

KATZ J.V. 2000, *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective*, Cambridge Univ. Press.

MAZUR B. 2013, *History of Mathematics as a tool*, History of Mathematics seminar.

RADFORD L. 1997, *On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics*, For the Learning of Mathematics, 17, 1, 1997, p. 26-33.

RADFORD L. et al. 2014, *History of mathematics and mathematics education*, in: Fried M., Dreyfus T. (eds.), New York, Springer, Advances in Mathematics Education series, p. 89-109.

TARANTO E., ARZARELLO F., ROBUTTI O. 2017, *MOOC: repository di strategie e metodologie didattiche in Matematica*, Annali online della Didattica e della Formazione Docente, 9, n. 14, p. 257-279.