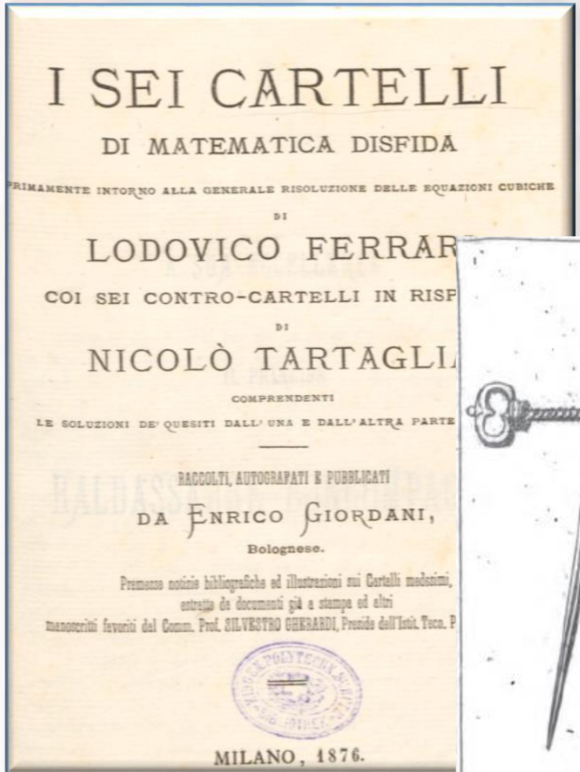
“Io dunque voglio [dimostrare] per questa via … etiamdio tutto Euclide”:

Girolamo Cardano

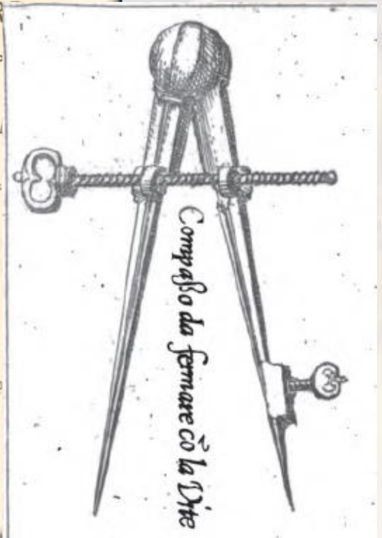
Niccolò Tartaglia

Ferrari, Tartaglia e la geometria del compasso fisso

Convegno
“Matematica e Storia”
Negli insegnamenti matematici



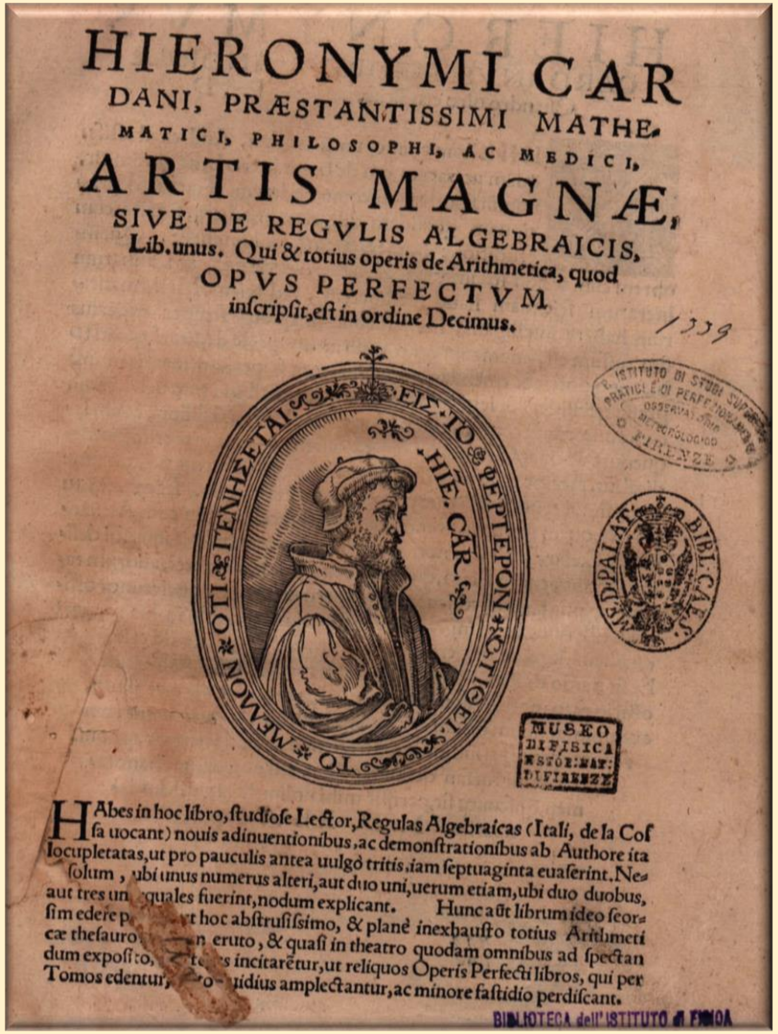
I SEI CARTELLI
DI MATEMATICA DISFIDA
PRIMAMENTE INTORNO ALLA GENERALE RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI CUBICHE
DI
LODOVICO FERRAR
COI SEI CONTRO-CARTELLI IN RISP
DI
NICOLÒ TARTAGLI
COMPRENDENTI
LE SOLUZIONI DE' QUESITI DALL' UNA E DALL' ALTRA PARTE
RACCOLTI, AUTOGRAFATI E PUBBLICATI
DA ENRICO GIORDANI,
Bolognese.
Premesse notizie bibliografiche ed illustrazioni sui Cartelli medesimi,
estratte da documenti già a stampa ed altri
manoscritti favoriti dal Comm. Prof. SILVESTRO GHERARDI, Preside dell'Istit. Tecn. P
MILANO, 1876.



Veronica Gavagna, Università di Firenze
veronica.gavagna@unifi.it

Tutto comincia con la ben nota disputa
tra Niccolò Tartaglia (1499-1557) e Girolamo Cardano (1501-1576) …

1539 Cardano chiede a Tartaglia il modo per risolvere le equazioni di terzo grado

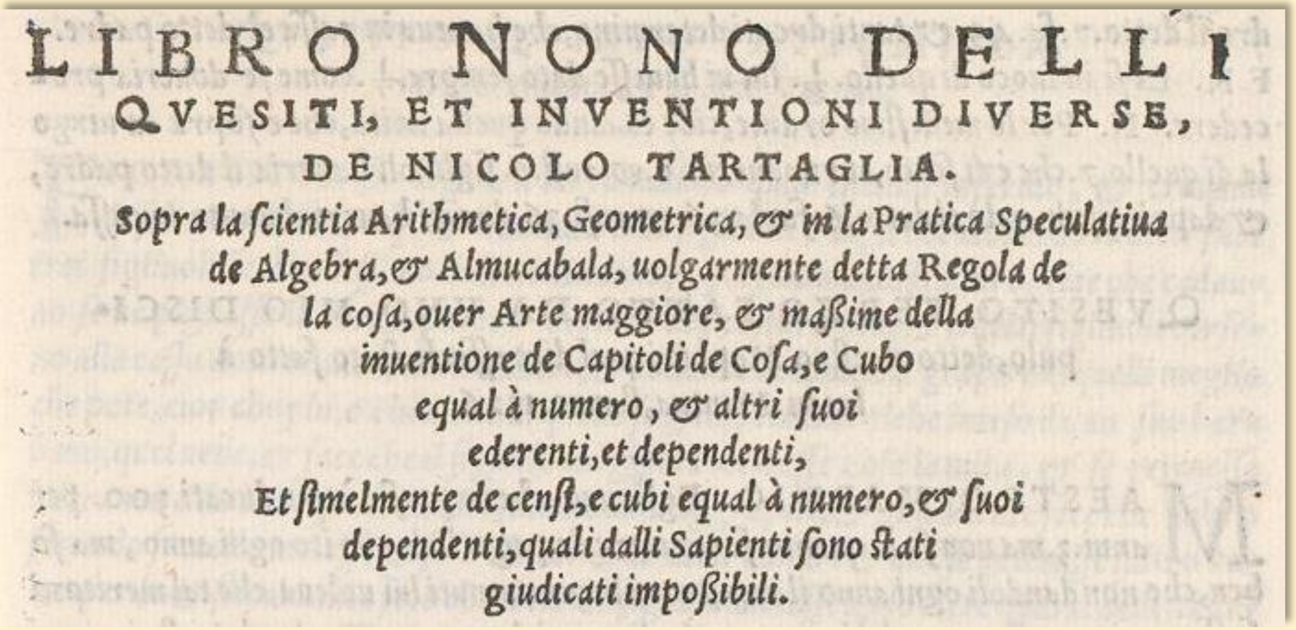


1545 Cardano pubblica la «formula risolutiva» nell'Ars magna, attribuendone la paternità a Scipione del Ferro e a Niccolò Tartaglia

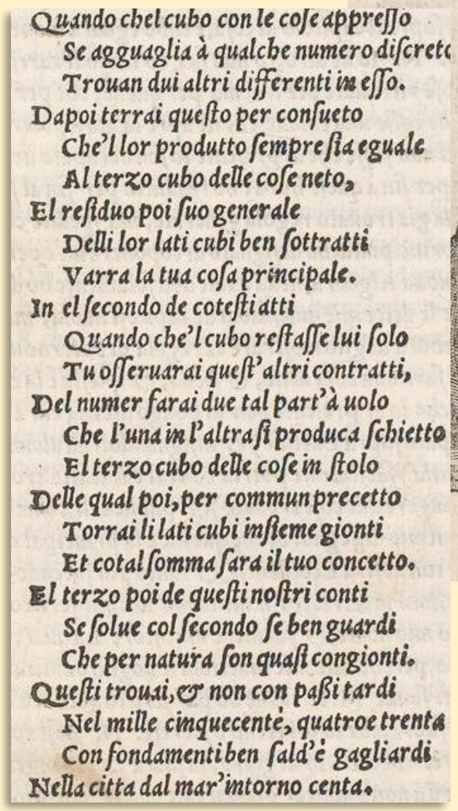
1546 Tartaglia pubblica i *Quesiti et inventioni diverse*: nell'ultimo capitolo pubblica la corrispondenza tra lui e Cardano per mostrare la scorrettezza del matematico milanese nei suoi confronti

QVESITI ET INVEN-
TIONI DIVERSE
DE NICOLO TARTAGLIA,
DI NOVO RESTAMPATI CON VNA
GIONTA AL SESTO LIBRO, NELLA
quale ſi moſtra duoi modi di redur una Città ineſpugnabile.
LA DIVISIONE ET CONTINENTIA DI TVTTA
l'opra nel ſeguente foglio ſi trouara notata.
CON PRIVILEGIO

APPRESSO DE L'AVTTORE
M D LIIII.



LIBRO NONO DELLI
QVESITI, ET INVENTIONI DIVERSE,
DE NICOLO TARTAGLIA.
Sopra la ſcientia Arithmetica, Geometrica, & in la Pratica Speculatiua
de Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta Regola de
la coſa, ouer Arte maggiore, & maßime della
inuentione de Capitoli de Coſa, e Cubo
equal à numero, & altri ſuoi
ederenti, et dependenti,
Et ſimelmente de cenſi, e cubi equal à numero, & ſuoi
dependenti, quali dalli Sapienti ſono ſtati
giudicati impoßibili.



Quando chel cubo con le coſe appreſſo
Se agguaglia à qualche numero diſcret
Trouan dui altri differenti in eſſo.
Dapoi terrai queſto per conſueto
Che'l lor produtto ſempre ſia eguale
Al terzo cubo delle coſe neto,
El reſiduo poi ſuo generale
Delli lor lati cubi ben ſottratti
Varra la tua coſa principale.
In el ſecondo de coteſti atti
Quando che'l cubo reſtaſſe lui ſolo
Tu oſſeruarai queſt'altri contratti,
Del numer farai due tal part'à uolo
Che l'una in l'altra ſi produca ſchietto
El terzo cubo delle coſe in ſtolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi inſieme gionti
Et cotal ſomma ſara il tuo concetto.
El terzo poi de queſti noſtri conti
Se ſolue col ſecondo ſe ben guardi
Che per natura ſon quaſi congionti.
Queſti trouai, & non con paßi tardi
Nel mille cinquecentè, quatroe trenta
Con fondamenti ben ſald'è gagliardi
Nella citta dal mar'intorno centa.

10 febbraio 1547:
scende in campo Ludovico Ferrari (1522-1565)

MEsser Nicolò Tartalea, mi è peruenuto alle mani vn vostro libro, intitolato Quesiti & inuentioni nuoue, nell'ultimo trattato del quale, facendo voi mentione dell'Eccellente Signor Hieronimo Cardano medico Melanese, il qual è hora publico Lettor di medicina in Pauia, voi non vi vergognate di dir, che egli è ignorante nelle mathematice, huomo molto tondo, degno che gli fosse anteposto Messer Giouan da Coi, & lo chiamate pouerello, huomo che tien poco sugo, & di poco discorso, con altre simili parole ingiuriose, le quali per tedio lascio da parte:

Nato a Bologna, ma di famiglia milanese, nel 1536 venne accolto nella casa di Cardano. Forse dal 1540, ma sicuramente dal 1544 ricevette l'incarico di leggere pubblicamente *Euclide* e la *Sfera* (del Sacrobosco)

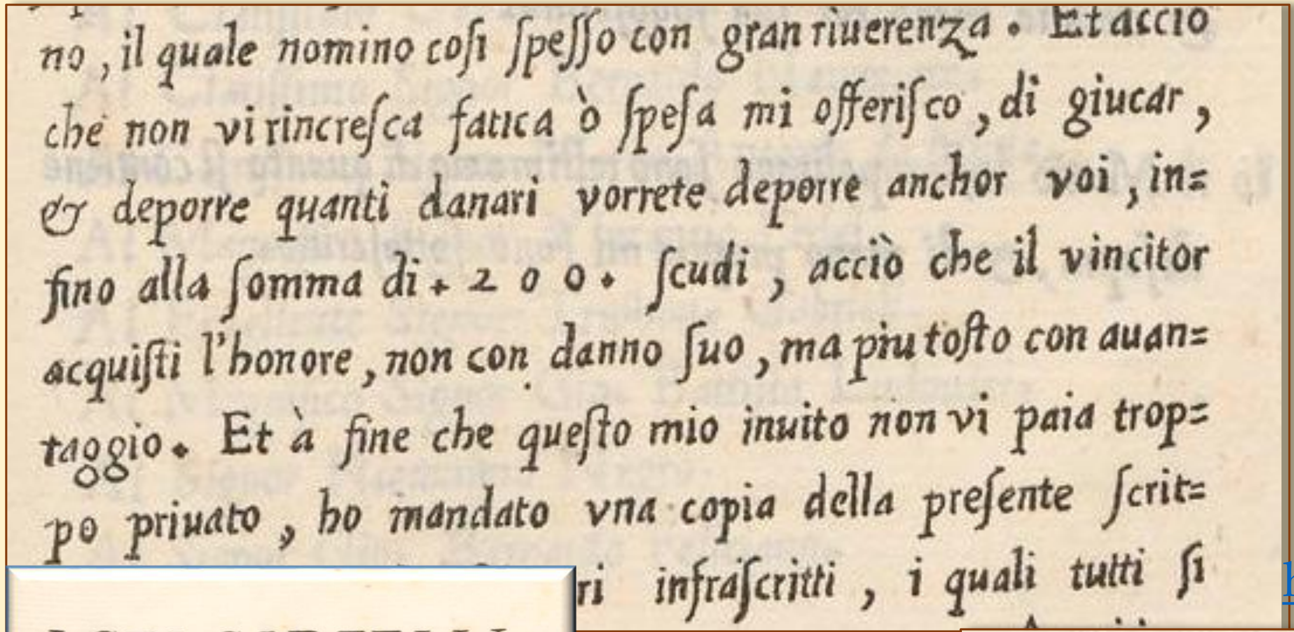
568

VITA
LVDOVICI FERRARII
BONONIENSIS,
A H. CARDANO DESCRIPTA.

LVDOVICI Ferrarij auus, Bartholomæus Ferrarius Mediolanensis fuit, qui exul factus Bononiam se contulit, duósque filios genuit, Vincentium & Alexandrum. Ex Alexandro ortus est Ludouicus; cúmque pater occisus esset, in patrui domum se con-

primi mathematici. Il perche, come l'Homeromastix speraua-
te di acquistarui per tal via honorata fama. Il qual desiderio è
buono, quando sia congiunto con prop
biasmare altrui. Pertanto, io non so
la verità, ma anchor perche questo tocc
te, che sono creato suo, essendo sua Ec
grado che tiene, ho deliberato far publ
il vostro inganno, ouer (come piu tosto p
gnità. Non col renderui il contracambio
trei far, non con fittioni (come voi) ma l

Ma piu largamente, mi offerisco in Geometria, Arithmetica, & in tutte le discipline che da esse dependono, come è Astrologia, Musica, Cosmographia, Prospettiua, Architettura, & altre, a disputar in luogo egualmente commodo, dinanzi à giudici idonei, publicamente con voi: accettando di disputar, non solamente sopra quanti authori greci, latini, & volgari hanno scritto in tali faculta, ma anchora sopra le vostre nuoue inuentioni, le quali tanto vi dilettano, pur che anchor voi similmente accettiate le mie. Et questo propongo per farui conoscer, che indegnamente & falsamente hauete detto & scritto ciò che ritorna in biasimo del antedetto Signor Hieronimo: il quale à pena sete degno di nominare: & che sete piu lontano che forse non vi credete da quel segno, al qual vi presumete di esser peruenuto.

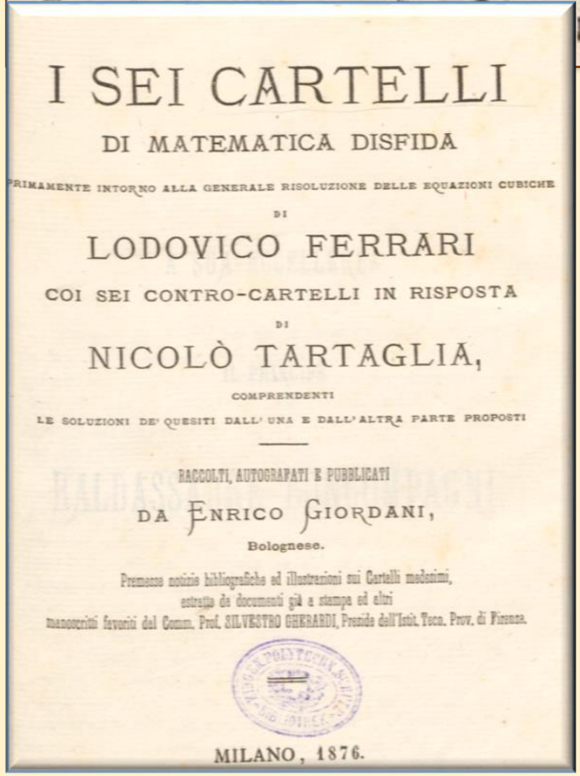


no, il quale nomino cosi spesso con gran riuerenza. Et accio
che non vi rincresca fatica ò spesa mi offerisco, di giucar,
& deporre quanti danari vorrete deporre anchor voi, in-
fino alla somma di. 200. scudi, acciò che il vincitor
acquisti l'honore, non con danno suo, ma piu tosto con auan-
taggio. Et à fine che questo mio inuito non vi paia trop-
po priuato, ho mandato vna copia della presente scrit-
... ri infrascritti, i quali tutti si

Segue lista di cinquanta destinatari

http://mathematica.sns.it/opere/24/

https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/2706803



I SEI CARTELLI

DI MATEMATICA DISFIDA

PRIMAMENTE INTORNO ALLA GENERALE RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI CUBICHE

DI

LODOVICO FERRARI

COI SEI CONTRO-CARTELLI IN RISPOSTA

DI

NICOLÒ TARTAGLIA,

COMPRENDENTI

LE SOLUZIONI DE' QUESITI DALL'UNA E DALL'ALTRA PARTE PROPOSTI

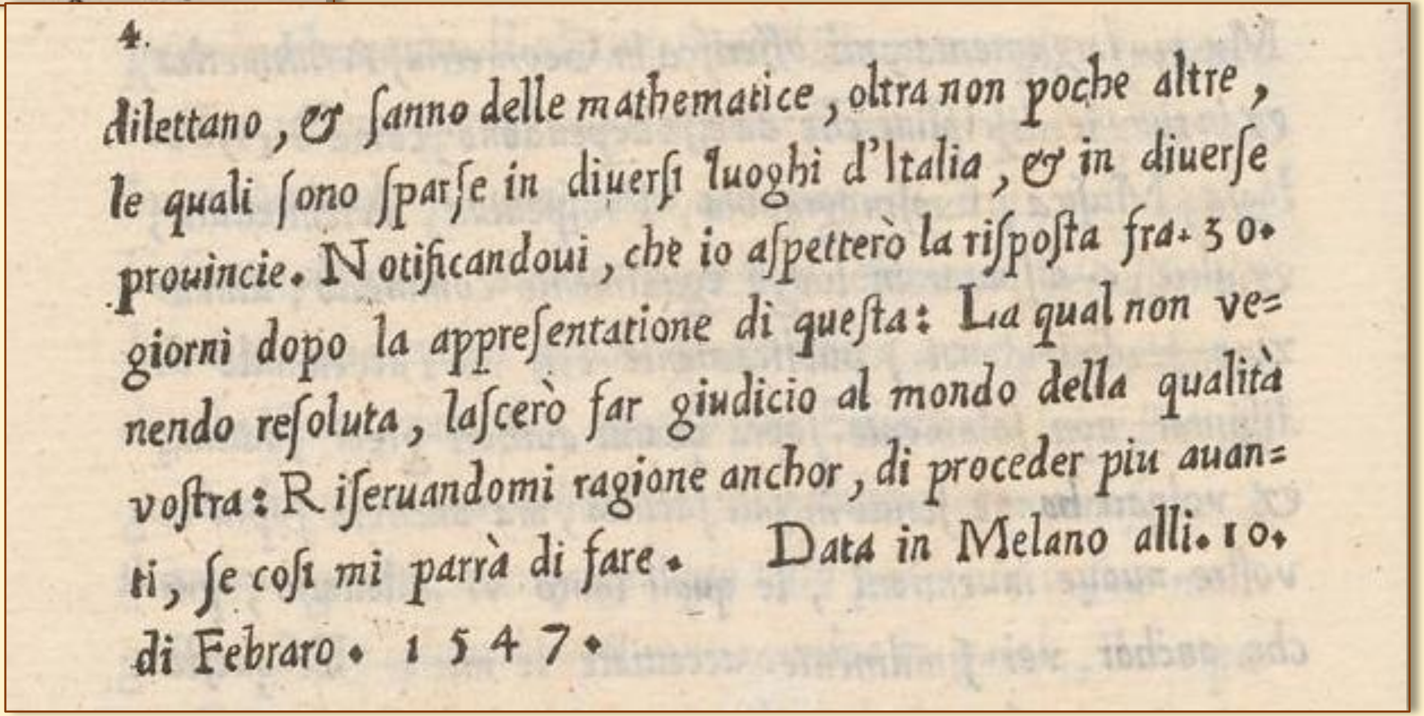
RACCOLTI, AUTOGRAFATI E PUBBLICATI

DA ENRICO GIORDANI,

Bolognese.

Premesse notizie bibliografiche ed illustrazioni sui Cartelli medesimi, estratte da documenti già a stampa ed altri manoscritti favoriti dal Comm. Prof. SILVESTRO GHERARDI, Preside dell'Istit. Tecn. Prov. di Firenze.

MILANO, 1876.



4.

dilettano, & sanno delle mathematice, oltra non poche altre,
le quali sono sparse in diuersi luoghi d'Italia, & in diuerse
prouincie. Notificandoui, che io aspetterò la risposta fra. 30.
giorni dopo la appresentatione di questa: La qual non ve-
nendo resoluta, lascerò far giudicio al mondo della qualità
vostra: Riseruandomi ragione anchor, di proceder piu auan-
ti, se cosi mi parrà di fare. Data in Melano alli. 10.
di Febraro. 1547.

RISPOSTA DATA DA NICOLÒ TARTALEA
Brisciano delle Mathematice Professore
in Venetia.

A Messer Ludouico Ferraro delle dette Mathematice Lettor
Publico in Melano, d'vna sua rechiesta, ouer Car-
tello de disputa a lui mandata l'Anno
1547. del Mese di Febraro
in Venetia.

Et io ve rispondo che cosi non piace di procedere a me, cioe chel non mi piace (per al presente) de risponderea voi suo creato ma solamẽte a lui, per che io non ho daffare cosa alcuna con voi, ma si con lui.

Hor per venire alla conclusione replico & dico che alegramente accetto la vostra larga oblatione con voi insieme con lui, ma non gia con la detta cõ ditione, anci voglio esser libero, e franco di poter proporui in tal disputta quello che a me parera, nelle dette discipline, ouer dependente, o sia sopra ad alcun Autore, o fuora de cadaun Autore, anci vi affermo che molto mi

Ferrari a Tartaglia
1° aprile 1547

LVDOVICVS FERRARIVS
NICOLAO TARTALEAE.

Vetus est illa stoicorum, & a Zenone usque deducta opinio, sapientem semper sibi similem, atque constantem esse, & nunquam mutare sententiam. Quam opinionem, vt nimis austeram, priuatisq; & publicis rebus inutilem, grauissimi, ac sapientissimi philosophi Plato, & Aristoteles eiecerunt. Arbitrati id, quod vsus & vita communis confirmare videntur, tempori, mutationiq; rerum esse inseruiendum, & sapienti licere de priori decedere sententia, cum alia vicisset melior. Iccirco, quamuis ego non ignorarem doctissimos quosq;, quorum vestigiis insistere semper laudabile duxi, si qua orta esset inter eos contentio, solitos latinè inter se scribere, tamen mutaui consilium: & quòd in superiori mea epistola mihi recensenda essent intolerabilia illa probra, a te in Cardanum vulgari lingua ingesta, quæ sic dicta, nescio quam significationem, & maledicentiæ virus habent, quod vix latinè exprimi possit, mihi materna lingua tum scribendum censui ne tu fortassis occasionem nactus me contumeliam inuertisse, aut amplificasse querereris. Nunc autem, cum

Tartaglia a Ferrari,
21 aprile 1547
(Seconda risposta, 31 quesiti)

(o per dir meglio de m. Hieronimo Cardano) & ſenza guardarla altramē
te me ne ritornai de longo a caſa, & dapoi che gionto gli fui, & che hebbi
viſto quella eſſer in lingua latina, non vi potrei narrare quanto che me ne
ſon rideſto, & alegrato, conſiderando che la mia ſemplice riſpoſta e ſtata
di tanta autorita che al improuiſo vi ha fatto mutar lingua, & reduttia za
uariare, ſi come ſuol fare alcuni infermi quando ſi trouano nel colmo del
paraſiſmo di qualche ſua acuta & mortal febre, Ditime di gratia donde
haueti tolto, ouer imparato queſto voſtro eccellente ordine, hauendomi
mandato il voſtro primo Cartello de desfida deſpuratiua in la noſtra ma
terna lingua Italiana, & hauendoui io dato, in la medeſima lingua la mia
riſpoſta, & voi poi reſpondermi in lingua latina, certo ne ſto ſtupefatto.

QVESTI SEQVENTI SONO LI QVESITI
Caſi, ouer Queſtioni propoſti da Nicolo Tartalea Briſciano,
alla Eccellentia de meſſer Hieronimo Cardano Medico
Millaneſe, & al preſente Lettor Publico in Pauia.

Et al Eccellente Meſſer Lodouico Ferraro delle Mathematice
Lettor Publico in Mellano.

Traduzione degli *Elementi* curata da Tartaglia
(I ed. 1543)

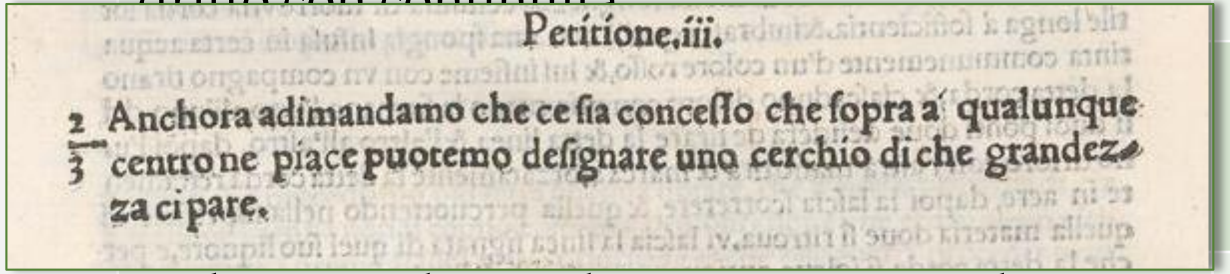
Petitione.iii.

2/3 Anchora adimandamo che ce ſia conceſſo che ſopra á qualunque centro ne piace puotemo deſignare uno cerchio di che grandezza ci pare.

Sopra Euclide.

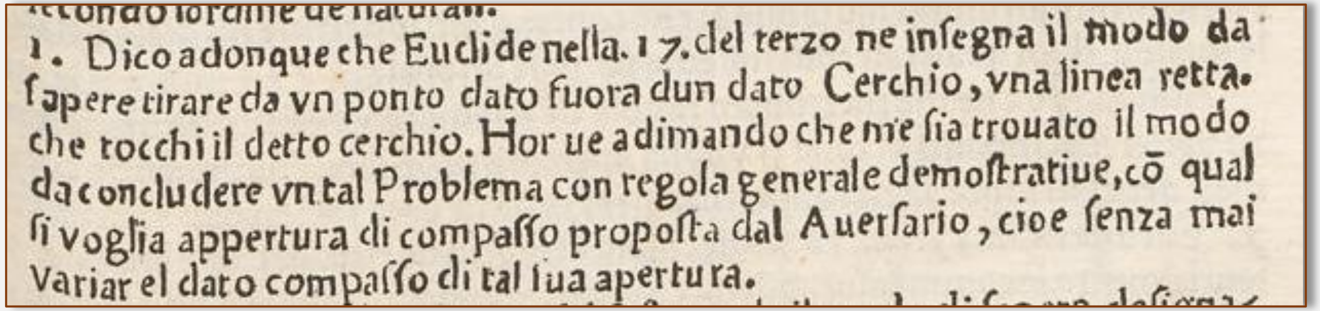
EGlie manifeſto, Euclide Megarenſe non ſolamente eſſer el primo, (Mala guida, & ſcorta) de tutti quelli che delle Diſcipline Mathematice hanno trattato, e per tanto, me aparſo primamente di preporui alcuni ſuoi problemi che quel ne inſegna di concludere geometrice demoſtratiuamente, Giongendoui ſolamente queſta ſotilita, che cadauno de quelli ſia concluſo cō qual ſi voglia apertura di compaſſo propoſta dal Auerſario, cioe ſenza mai mouere lo detto compaſſo di tal data appertura con atti, & regole generale demoſtratiue, cioe concedendoui tutte le ſue Pettitioni & commune ſententie del detto Euclide eccetto la ſua ſeconda, ouer terza pettitione, cioe quella doue che adimanda che gli ſia conceſſo che ſopra a qualunque centro che gli pare di poterui deſignare vn cerchio di che grandezza gli pare, Ma in luoco di quella vi pongo queſtaltra: cioe che ſopra a qual ſi voglia centro ve pare vi concedo che gli poſſiati deſignare vn cerchio ſecondo la quantita della data appertura di compaſſo, cioe propoſta dal auerſario, ſecondo che a lui pare (pur che non ſia in retta linea) Hor per dar principio incominciaremo dalle coſe piu facile ſecondo lordine de naturali.

Euclide	Tartaglia a Ferrari
Si richieda di poter condurre una linea retta da qualsiasi punto qualsiasi a ogni altro punto.	
E di poter prolungare ogni linea retta per dritto con continuità.	
	Sopra a qualsivoglia centro ve pare vi concedo che gli possiati designare un cerchio secondo la quantità della data appertura
E che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro	
E che, qualora una retta incidente su [altre] due rette formi gli angoli interni dalla stessa parte [complessivamente] minori di due angoli retti, le due rette prolungate all'infinito si incontrano dalla parte in cui ci sono gli angoli minori di due retti.	


Petitione.iii.

2/3 Anchora adimandamo che ce ſia conceſſo che ſopra á qualunque centro ne piace puotemo deſignare uno cerchio di che grandezza ci pare.

Proposizioni euclidee da dimostrare con un compasso ad apertura fissa: III.17, VI.25, VI.28, VI.29, X.31, X.32, X.33, XIII.18, tangenti alle coniche … (17 quesiti)


1. Dico adonque che Euclide nella. 17. del terzo ne inſegna il modo da ſapere tirare da vn ponto dato fuora dun dato Cerchio, vna linea retta. che tocchi il detto cerchio. Hor ue adimando che me ſia trouato il modo da concludere vn tal Problema con regola generale demoſtratiue, cō qual ſi voglia appertura di compaſſo propoſta dal Auerſario, cioe ſenza mai Variar el dato compaſſo di tal ſua apertura.

III.17 Da un dato ponto a un dato cerchio puotemo menare una linea retta toccante. [Proposizione 17. Problema 2]

VI. 25 Costruire un poligono che sia simile a un poligono dato e insieme sia equiesteso a un altro poligono dato

VI.28 Applicare a una retta detta un parallelogramma equiesteso a un poligono dato e che manchi di un parallelogramma simile a un parallelogramma dato: occorre inoltre che il poligono dato non sia maggiore del parallelogramma descritto sulla metà della retta e che sia simile alla figura mancante

VI.29 Applicare a una retta data un parallelogrammo uguale a un poligono dato e che sia eccedente di un parallelogrammo simile a un parallelogrammo dato.

Ferrari a Tartaglia, Terzo cartello
Milano, 24 maggio e 1 giugno 1547

Ferrari contesta a Tartaglia la facoltà, in quanto sfidato, di scegliere il luogo della disputa: le regole dei duelli stabiliscono che sia lo sfidante a decidere il terreno. Concede tuttavia a Ferrari di scegliere tra Roma, Firenze, Pisa e Bologna (invece che tra le più comode Milano, Pavia e Genova)
La posta è di 200 scudi.
«Ma accio che appaia se uno di noi havrà proposto casi impossibili, over che egli non intenda, ogni volta ch'io non sapesse risolvere un de vostri quesiti, voglio s'habbi per sciolto, se voi non saprete dimostrar la risolutione. Il che concedo che di me parimente s'intenda.»

In calce al cartello pone i suoi 31 quesiti

Tartaglia a Ferrari, Terza Risposta
23 giugno e 9 luglio 1547

«Scorrendo la detta vostra risposta trovai che in quella non mi havevi mandato la solutione pur di uno delli detti mei 31 Casi over Questioni a voi proposti over mandati, dil che me ne stupisco, che dui huomini di quella qualita che vi mostrati essere con parole, cioe tanto litterati in greco & latino & Dottorati in tutte le scientie & in che termine di 48 giorni che sono horamai passati non habbiati tra voi dui insieme con li vostri amici saputo dar risoluta risposta…»

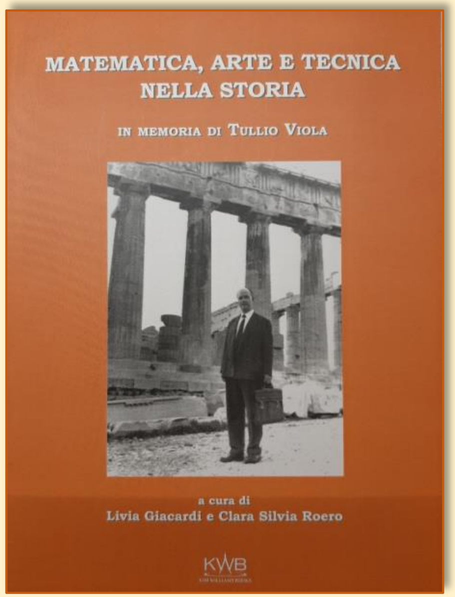
Ottobre 1547

RISOLVTIONE FATTA PER LODOVICO
Ferraro à i trentaun` queſiti mandatigli da ri=
ſoluere per Meſſer Nicolò
Tartaglia.

IO M'ALLEGRO, Meſſer Nicolò, che in queſti uoſtri queſiti, m'habbiate dato materia, di giouare à quei che ſi dilettano di Geometria, & di Arithmetica, non eſſendo tuttauia peruenuti anchora al colmo delle predette ſcienze. E queſto, percioche ne' uoſtri primi dieceſette queſiti ſi contiene quella bella inuentione di operare ſenza mutare l'apertura del compaſſo, laqual io non ſo da chi ſi haueſſe principio, ma io ſo bene, che da circa à cinquant'anni in quà molti bei ingegni ſi ſono affaticati per accreſcerla, fra quali, in gran parte è ſtato la felice memoria di meſſer Scipione dal Ferro cittadino Bologneſe. Io dunque, uoglio eſſer quello, che à tal inuentione dia tutta la perfettione, che puo hauere, dimoſtrando per queſta uia, non ſolamente alcune propoſitioni, trouate da noſtri maggiori, ma etiamdio tutto Euclide. La ſeconda coſa, in che m'hauete dato materia

C.S. ROERO, *La geometria del compasso fisso nella matematica e nell'arte*

(Abu 'l Wafa, Dürer, Leonardo da Vinci)



Proposizione 1. Problema 1

Su una retta limitata data costruire un triangolo equilatero

Protasi

Sia AB la retta limitata data. Bisogna costruire un triangolo equilatero sulla retta AB

Ectesi + determinazione

Postulato III

Con centro A e raggio AB si descriva il cerchio BCD e ancora, con centro B e raggio BA si descriva il cerchio ACE e si congiunga il punto C, nel quale i cerchi si intersecano, ai punti A e B con le retta CA e CB.

Costruzione

Postulato I

Def.15

Poiché il punto A è il centro del cerchio CDB, AC è uguale ad AB e ancora, poiché il punto B è il centro del cerchio CAE, BC è uguale a BA. E' stato però dimostrato che anche CA è uguale ad AB dunque sia CA sia CB sono uguali ad AB, ma cose uguali a una stessa cosa sono uguali tra loro e dunque anche CA è uguale a CB e perciò Cam AB e BC sono tutti e tre uguali tra loro.

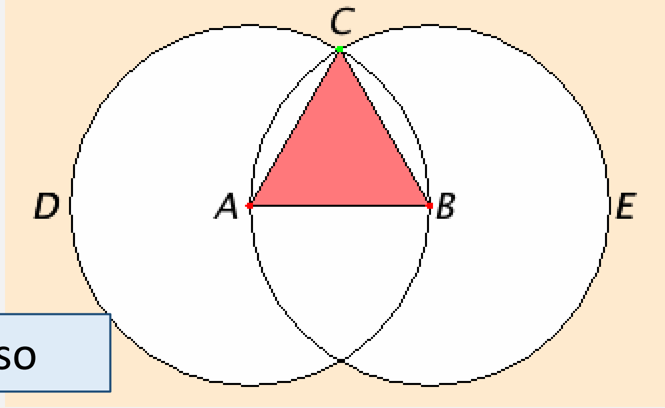
Dimostrazione

Noz. Comune 1

Def.20

Il triangolo ABC è quindi equilatero ed è stato costruito sulla retta limitata AB. Come si doveva fare.

Sumperasma

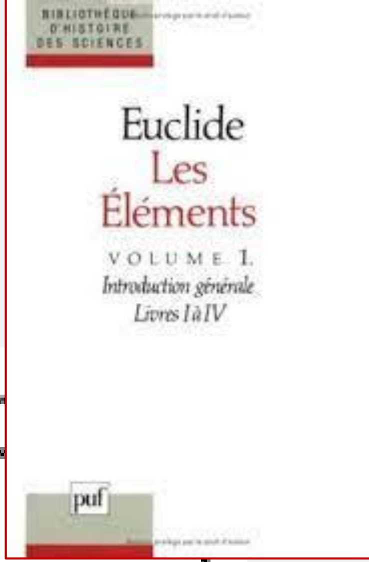


Questa proposizione è accettabile solo nel caso in cui il lato coincida con l'apertura del compasso

Livre I

	Df	Dem	N. C.	Prop.
Prop. 1	15, 20	1, 3	1	
Prop. 2	15, 20	1, 2, 3	1, 3	1
Prop. 3	15	3	1	2
Prop. 4			7, "9"	
Prop. 5		1, 2	3	3, 4
Prop. 6		1	8	3, 4
Prop. 7		1	8	5
Prop. 8			7	7
Prop. 9	20	1		
Prop. 10	20			
Prop. 11	10, 20	1		
Prop. 12	10, 15	1, 3		
Prop. 13	10		1, 2	
Prop. 14		2, 4	1, 2, 3, 8	
Prop. 15		4	1, 2, 3	
Prop. 16		1, 2	8	
Prop. 17		2	"4"	
Prop. 18		1	8	
Prop. 19				
Prop. 20		1, 2	8	
Prop. 21		2	"4"	
Prop. 22	15	1, 3	1	
Prop. 23		1		
Prop. 24		1	1, 8	
Prop. 25				
Prop. 26		1	1, 8	
Prop. 27	23	2		
Prop. 28		4	1, 2, 3	
Prop. 29	23	2, 5	1, 2, "4"	
Prop. 30			1	
Prop. 31		1, 2		
Prop. 32		2	1, 2	
Prop. 33		1		
Prop. 34		1	2	
Prop. 35			1, 2, 3	
Prop. 36		1	1	
Prop. 37		2	"6"	
Prop. 38		2	"6"	
Prop. 39		1	1, 8	
{Prop. 40		1	1, 8	
Prop. 41		1	1, 2	
Prop. 42		1	1,2	
Prop. 43		1	2, 3	
Prop. 44		1, 2, 5	1, 8	[illegible]
Prop. 45		1	1, 2	14, 29, 30, 33, 34, 42, 44
Prop. 46	22	4	1, 3	2-3, 11, 29, 31, 34
Prop. 47		1, 4	1, 2, "5"	4, 14, 30, 31, 41, 46
Prop. 48		1	1, 2	2-3, 8, 11, 47

	Df	Dem	N. C.	Prop.
Prop. 1	15, 20	1, 3	1	
Prop. 2	15, 20	1, 2, 3	1, 3	1
Prop. 3	15	3	1	2
Prop. 4			7, "9"	
Prop. 5		1, 2	3	3, 4
Prop. 6		1	8	3, 4
Prop. 7		1	8	5
Prop. 8			7	7
Prop. 9	20	1		1, 3, 8
Prop. 10	20			1, 4, 9
Prop. 11	10, 20	1		1, 2-3, 8
Prop. 12	10, 15	1, 3		8, 10
Prop. 13	10		1, 2	11
Prop. 14		2, 4	1, 2, 3, 8	13
Prop. 15		4	1, 2, 3	13
Prop. 16		1, 2	8	2-3, 4, 10, 15



nome di Dio, sia la prima propositione.

(Eccettuando le propositioni immediate contrarie, al nostro proposito,) Dimostrare tutto Euclide senza mutare l'apertura del compasso. Cioè in luogo di quella petitione, che dice, super quouis centro, quantumlibet occupando spatium, circulum describere. ponendone un'altra che dica: sopra qual si uoglia centro, descriuere un circolo, con qual si uoglia apertura di compasso, proposta dall'aduersario.

La prima propositione, ch'io piglio da dimostrare, si è la quarta del primo, laquale io dimostro in ponto com'il Theone, atteso che la non ha bisogno delle propositioni antecedenti, ne anche della petitione eccettuata.

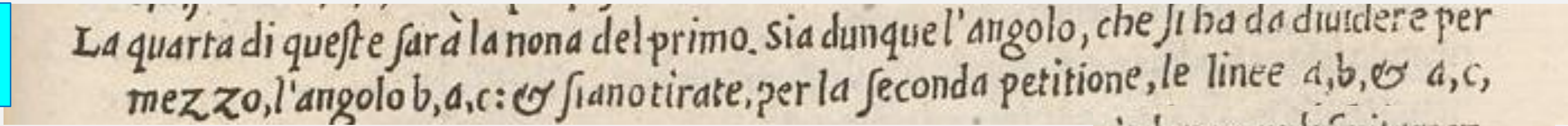
Proposizione I.4

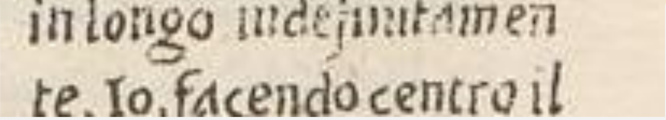
Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali e uguale anche l'angolo compreso tra le rette uguali, avranno anche le basi uguali e un triangolo sarà uguale all'altro triangolo e saranno anche rispettivamente uguali gli angoli restanti che si oppongono ai lati uguali .

Ferrari	Euclide
F.1	I.4 Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali e uguale anche l'angolo compreso tra le rette uguali, avranno anche le basi uguali e un triangolo sarà uguale all'altro triangolo e saranno anche rispettivamente uguali gli angoli restanti che si oppongono ai lati uguali.
F.2	I.5 Gli angoli alla base dei triangoli isosceli sono uguali tra loro e, prolungate le rette uguali, saranno uguali tra loro anche gli angoli sotto la base
F.3	I.8 Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali tra loro e abbiano uguale anche la base, avranno uguali anche gli angoli compresi tra rette uguali.

La terza sarà l'ottaua del primo, la quale io dimostrerò per dimostratione ostensiua, non mi seruendo d'altre propositioni che delle due premisse, e questa dimostratione io l'ho tolta da Proclo, nel terzo libro, ch'esso fa sopra il primo d'Euclide. Sia-

Seconda sarà la quinta del primo, nella quale, perch'io nō mi posso seruire della terza, io procedo per questa uia. Sia il Triangolo a,b,c, del quale i due lati, a,b, & a,c, siano uguali insieme. Per la seconda petitione, io tiro le due, a,b, & ,a,c, in longo, indefinita-mente; poi, facendo per centro i due ponti, b, & ,c, secondo l'apertura del compasso, F.4


La quarta di queſte ſarà la nona del primo. Sia dunque l'angolo, che ſi ha da diuidere per mezzo, l'angolo b,a,c: & ſiano tirate, per la ſeconda petitione, le linee a,b,& a,c,


in longo indefinitamen te. Io, facendo centro il

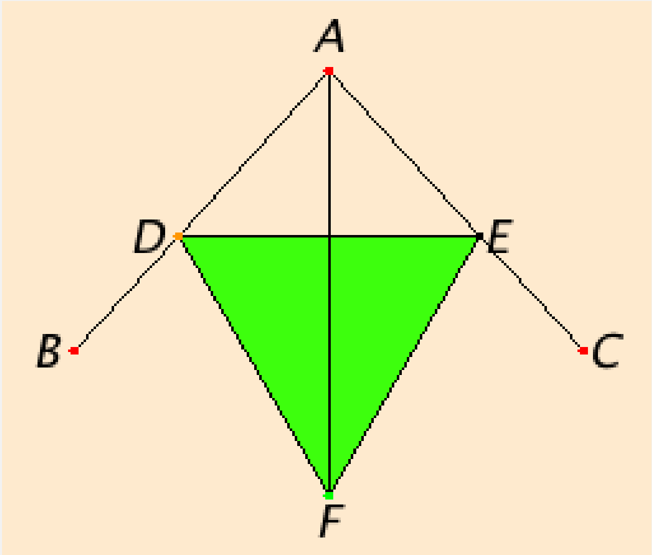
Proposizione I.9

Dividere a metà un angolo rettilineo dato

Ferrari	Euclide
F.1	I.4
F.2	I.5
F.3	I.8

Sia BAC l'angolo rettilineo dato. Bisogna dividerlo a metà.
Si prenda sulla retta AB un punto a caso D, si tolga dalla retta AC la retta AE uguale ad AD **[Proposizione 3]**, si congiunga D a E con la retta DE **[Postulato 1]**, si costruisca su DE il triangolo equilatero DEF **[Proposizione 1]** e si congiunga A a F con la retta AF **[Postulato 1].**
Dico che l'angolo BAC è stato diviso a metà dalla retta AF.

Poiché infatti AD è uguale a AE e AF è in comune, le due rette DA e AF sono uguali rispettivamente alle due rette EA e AF e la base DF è uguale alla base EF **[Definizione 20]**. Dunque l'angolo DAF è uguale all'angolo EAF **[Proposizione 8].**
Dunque l'angolo rettilineo dato BAC è stato diviso a metà dalla retta AF.
Come si doveva fare.

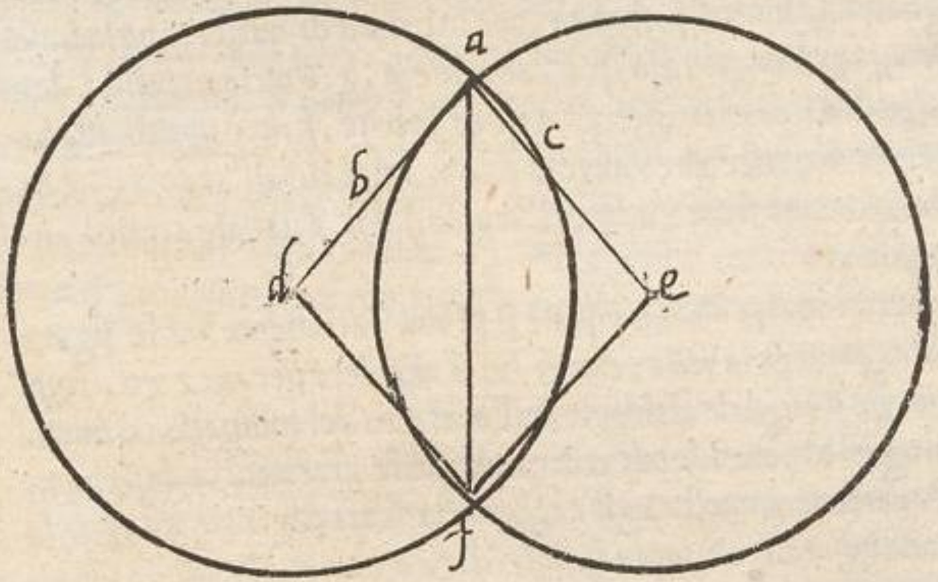


http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/bookI/propI9.html

Come possiamo creare una situazione didattica
o meglio ancora a-didattica?

Possiamo ricreare il contesto in cui opera Ferrari tramite un ambiente di geometria dinamica, GeoGebra
..\..\..\Users\user\Desktop\GeoGebra Classico.lnk

La quarta di queste sarà la nona del primo. Sia dunque l'angolo, che si ha da diuidere per mezzo, l'angolo b,a,c: & siano tirate, per la seconda petitione, le linee a,b, & a,c, in longo indefinitamente. Io, facendo centro il ponto a, secondo l'apertura del compasso propostami dall'aduersario, descriuo un circolo, il quale per essempio sia che tagli le due linee a,b, & a,c, prodotte in lõgo, ne i due ponti d, & e. Io poi, sopra i due punti, d, & e, secondo la medesima apertura, descriuo

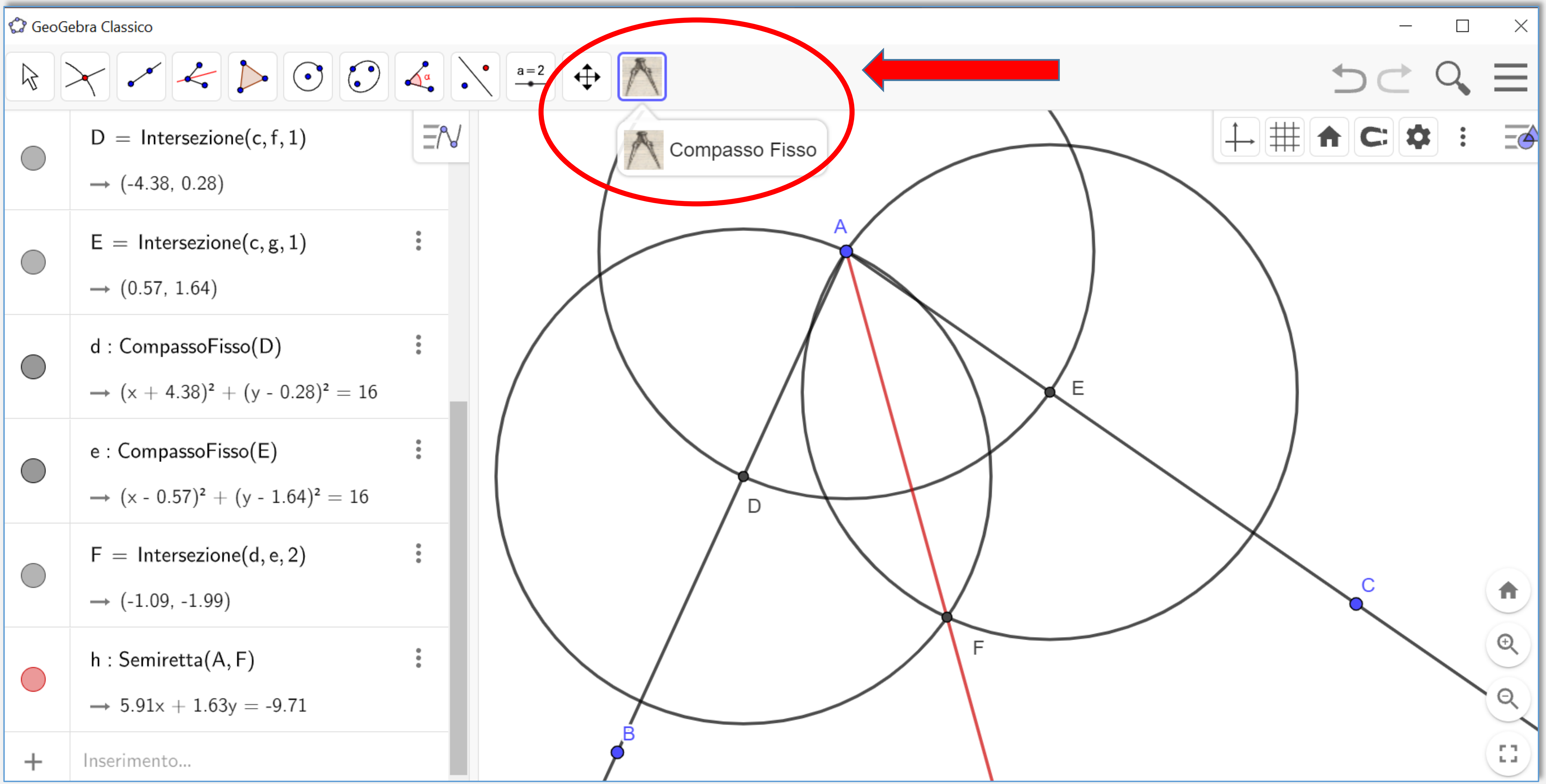


due circoli, i quali si taglino fra lor' nei due ponti a, & f, (com'è necessario, per essere ciascuna delle linee a,d, & a,e, uguale all'apertura del compasso,) Posciatiro la linea a,f, la quale io dico che diuide l'angolo b,a,c, per mezzo. Per prouarlo, io tiro le

due linee, d,f: & e,f, & intendo due triangoli, a,d,f. & a,e, f. Et perche le due linee d,a. & a,f, de l'uno, sono uguali alle due e, a. & a,f. dell'altro: e la base d f. è uguale alla

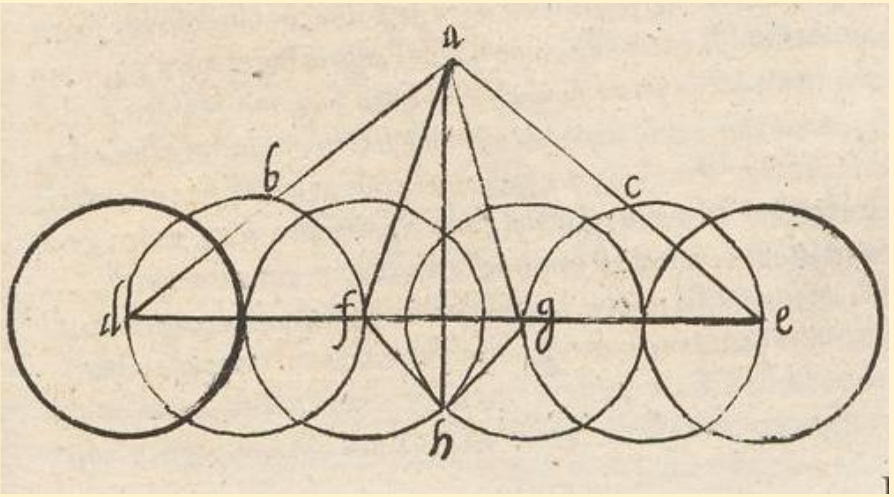
Costruzione e dimostrazione (basata sulla F3, ovvero la I.8)

F.4 *Elementi* **I.9 (P)** **“Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali”.**

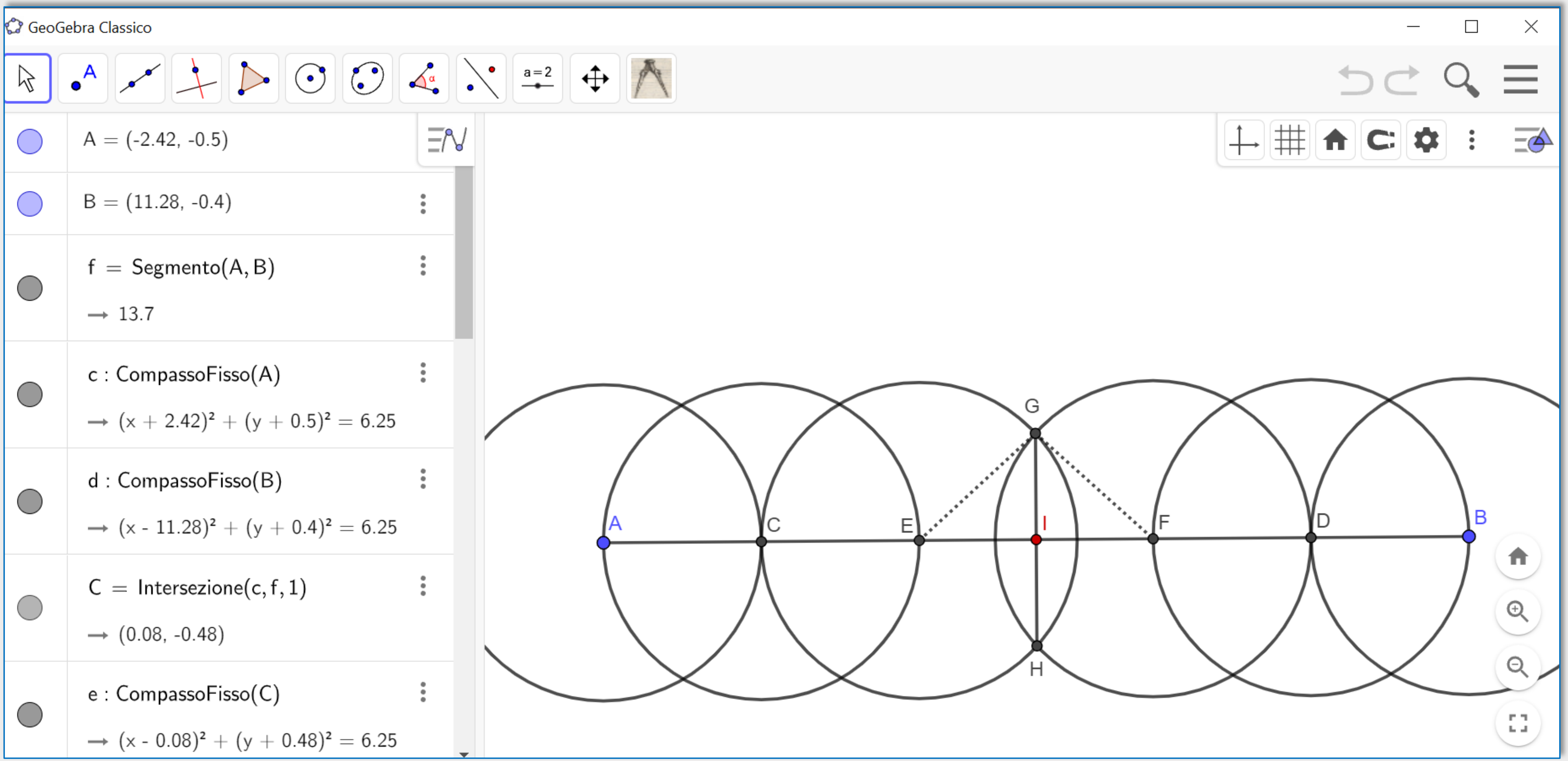


F.4 *Elementi* **I.9 (P)** **“Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali”.**

La quinta di queste sarà la decima del primo. La quale si proua facilmente per le figure della proposition' passata, come se la linea, che si ha à diuidere per mezzo, fosse d, e. la quale è necessario che sia uguale al doppio dell'apertura del compasso: o minore: o maggiore: se serà uguale, ponendo per centro una delle istremità, e descriuendo un circolo secondo l'apertura proposta, egli taglierà la linea per mezzo. E se la sarà minor' e descriuendo i due circoli sopra i centri d, & e. come nella prima figura della passata, ei si taglieranno ne i due ponti a, & f. & la linea a, f. serà quella, che taglierà la linea d, e. per mezzo. Perche, tagliando l'angolo per mezzo, seguita, per la prima di queste, che taglia anchor la linea per mezzo, formando i due triangoli, & argumentando come il Theone. Ma se la sarà maggiore, opero come nella seconda figura della passata, & dall'una interfettione all'altra de i due circoli descritti sopra i centri f, & g. tiro una linea, la quale, così come diuide l'angolo b, per mezzo, diuide anchora (argumentando per la prima di queste) la linea f, g. ma la linea f, d. è uguale alla linea g, e. adunque, per la seconda commune sentenza, tutta la linea d, e. uiene ad essere diuisa per mezzo. Et se per caso i due circoli descritti sopra i centri, f, & g. si uenissero à toccare in punto, sarebbe fatto il proposito senz altro, & il ponto del toccamento sarebbe anchora il ponto della diuisione in due parti uguali.



F.5 *Elementi* **I.10 (P)** **“Dividere un segmento in due parti uguali”.**



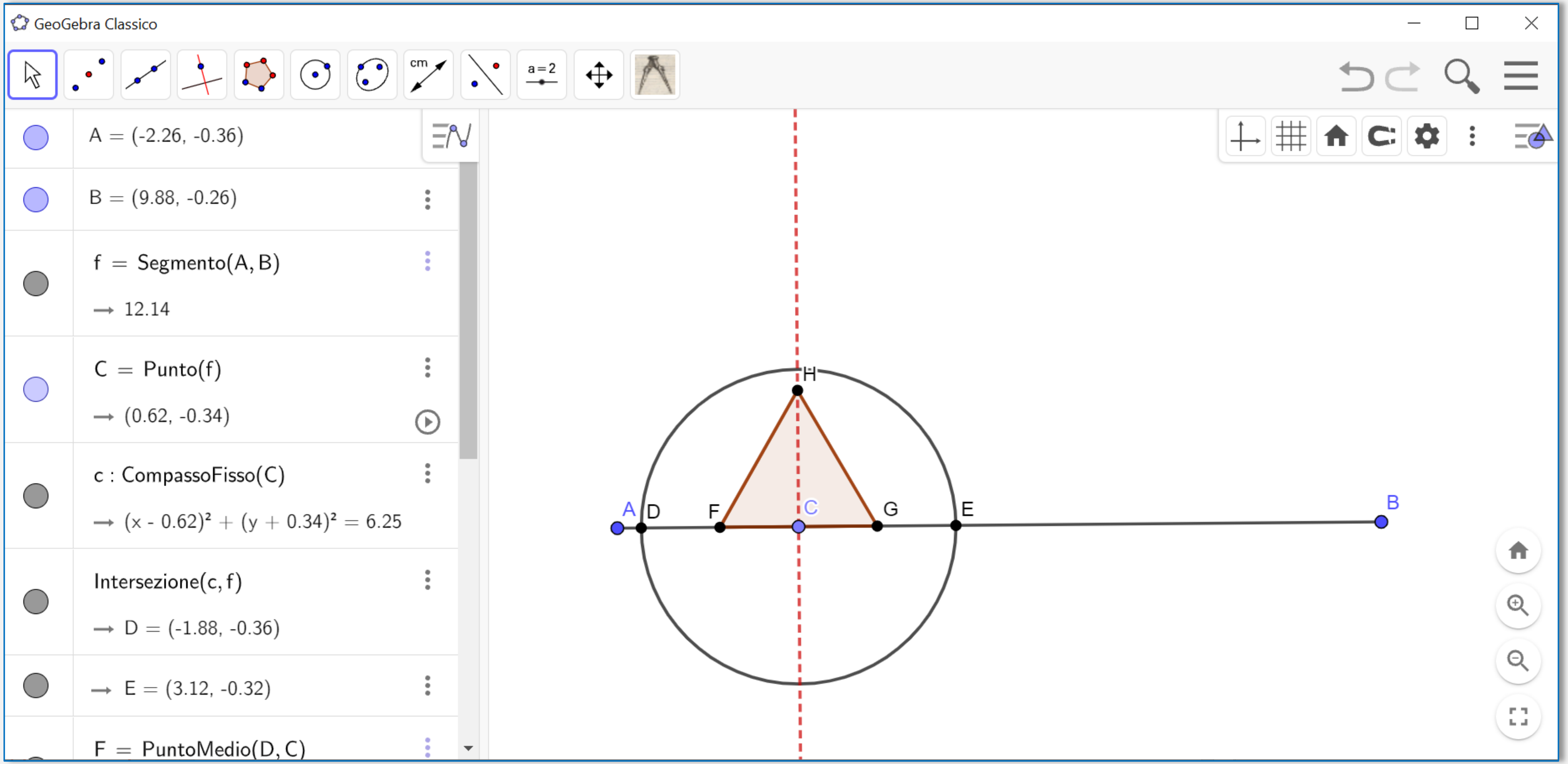
F.5 *Elementi* **I.10 (P)** **"Dividere un segmento in due parti uguali".**

... in due parti uguali.

La sesta di queste sarà l'undecima del primo, la quale si farà agevolmente, pigliando de l'una & l'altra parte del ponto una linea uguale all'apertura del compasso, dapoi, per la passata, diuidendo ciascuna di quelle per mezzo, che così le due parti, di qua & di là dal ponto, insieme gionte, saranno uguali all'apertura del compasso, e' così,

per la uia della prima del primo, descriuendoli sopra un triangolo equilatero secondo l'apertura del compasso, & tirando dal angolo superiore una linea al ponto ordinato ella sarà la perpendicolare. La proua è chiarissima per la prima & terza di queste, percioche secondo il supposito si formano gli due triangoli equilateri.

F.6 ***Elementi* I.11 (P)** **“Condurre la perpendicolare ad una retta da un punto su di essa”.**



F.6 *Elementi* **I.11 (P)** **“Condurre la perpendicolare ad una retta da un punto su di essa”.**

F.1	*Elementi* I.4 (T)	"Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali due lati e l'angolo compreso".
F.2	*Elementi* I.5 (T)	"In un triangolo isoscele gli angoli alla base sono uguali e prolungando i lati uguali si ottengono angoli sotto la base uguali".
F.3	*Elementi* I.8 (T)	"Se due triangoli hanno due lati rispettivamente uguali a due lati e anche le basi uguali allora avranno uguali anche gli angoli compresi dai lati uguali"
F.4	*Elementi* I.9 (P)	"Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali".
F.5	*Elementi* I.10 (P)	"Dividere un segmento in due parti uguali".
F.6	*Elementi* I.11 (P)	"Condurre la perpendicolare ad una retta da un punto su di essa".
F.7	*Elementi* I.13 (T)	"Data una retta, se si conduce da un suo punto un'altra retta, essa forma con la prima due angoli retti o due angoli la cui somma è pari a due retti".
F.8	*Elementi* I.14 (T)	"Sia data una retta e siano condotte da un suo punto due rette da parti opposte rispetto alla retta data. Se le due rette formano angoli adiacenti uguali rispettivamente a due retti, esse giacciono su una stessa retta (ovvero sono l'una il prolungamento dell'altra)".
F.9	*Elementi* I.15 (T)	"Due rette che si intersecano formano angoli opposti al vertice uguali".
F.10		"Proposte due linee inuguali, che vengono da un medesimo punto, tagliare dalla maggiore, una parte uguale alla minore".

F.11		“Sopra una data linea, costruire un triangolo isoscele”.
F12	*Elementi* I.2	“Condurre un segmento da un punto dato uguale ad un altro segmento assegnato”.
F.13	*Elementi* I.3	“Dati due segmenti disuguali, tagliare dal segmento maggiore una parte uguale al segmento minore”.
F.14	*Elementi* I.16	“In ogni triangolo un angolo esterno è sempre maggiore di tutti gli angoli interni del triangolo”.
F.15	*Elementi* I.17	“In ogni triangolo la somma di qualsiasi due angoli è minore di due angoli retti”.
F.16	*Elementi* I.18	“In ogni triangolo l’angolo maggiore è quello opposto al lato maggiore”.
F.17	*Elementi* I.19	“In ogni triangolo il lato maggiore è quello opposto all’angolo maggiore”.
F.18	*Elementi* I.20	“In ogni triangolo la somma di due lati è maggiore di quello rimanente”.
F.19	*Elementi* I.21	“Se internamente a un triangolo, da due vertici si tracciano due rette che si incontrano in un punto, formando un triangolo, la somma dei due lati di questo triangolo escludendo quello in comune è minore della somma dei due lati rimanenti del triangolo esterno”.
F.20	*Elementi* I.26	“Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali un lato e i due angoli ad esso adiacenti”.
F.21	*Elementi* I.27	“Se due rette tagliate da un’altra retta formano angoli alterni uguali, allora sono parallele”.
F.22	*Elementi* I.28	“Se due rette tagliate da un’altra retta formano angoli corrispondenti uguali, allora sono parallele”.
F.23	*Elementi* I.29	“Se due rette parallele sono tagliate da un’altra retta allora formano angoli alterni uguali, angoli corrispondenti uguali e angoli coniugati la cui somma è di due angoli retti”.
F.24	*Elementi* I.30	“Rette parallele alla stessa retta sono parallele tra loro”.

F.25	*Elementi* I.23	“Costruire su una retta data e con vertice in un dato punto di essa, un angolo rettilineo uguale a un angolo rettilineo dato”.
F.26	*Elementi* I.6	“Se un triangolo ha due angoli uguali, allora i lati opposti a questi angoli sono uguali”.
F.27	*Elementi* I.7	“Su una retta data e da ciascun suo estremo si conducano due rette che si incontrino in un punto; non è possibile costruire con gli stessi estremi e dalla stessa parte, altre due rette rispettivamente uguali a quelle prima costruite e aventi un diverso punto di incontro”.
F.28	*Elementi* I.24	“Dati due triangoli che hanno due lati uguali, se gli angoli compresi tra questi lati sono uno maggiore dell’altro allora anche i lati opposti a tali angoli sono uno maggiore dell’altro”.
F.29	*Elementi* I.25	“Se due triangoli hanno due lati uguali e le basi una maggiore dell’altra allora anche gli angoli opposti alle basi sono uno maggiore dell’altro”.
F.30	*Elementi* I.31	“Condurre la parallela ad una retta data passante per un punto esterno ad essa”.
F.31	*Elementi* I.32	“Ogni angolo esterno ad un triangolo è maggiore della somma dei due angoli interni non adiacenti ad esso e la somma degli angoli di un triangolo è uguale alla somma di due angoli retti”.
F.32	*Elementi* I.1	“Costruire un triangolo equilatero su un segmento dato”.
F.33	*Elementi* I.12	“Condurre la perpendicolare a una retta data da un punto esterno essa”.
F.34-F.51	*Elementi* I.33- I.49	

Libro I: dimostra tutto il Libro I **tranne la I.22**

Libro II: le proposizioni II.1 – II.13 si basano su proposizioni già dimostrate, quindi il Libro II è completo **ad eccezione della II.14**

Libro III: III.1-III.16 si basano su proposizioni già dimostrate

Libro V: si basa su proposizione già dimostrate

Libro VI: VI.1 – V.12, prima parte di VI.31 si basano su proposizioni già dimostrate

Le proposizioni I.22, II.14, III.17-37 richiedono che venga **prima dimostrata la proposizione VI.13**

In alcuni casi non è possibile tracciare la circonferenza richiesta, se ha apertura diversa da quella del compasso fisso, ma se ne può determinare il centro (e quindi i punti che servono). Se si assume questo…

Sono adunque ſin' hora, ſecondo la noſtra conuentione di non mutare l'apertura del compaſſo, demoſtrati perfettamente i primi ſei libri d'Euclide. Da qui, con l'aiuto delle già demoſtrate, & di due auertimenti noi ci n'andremo francamente ſin' ſin di tutto il libro.

Et potremo non ſolamente dimoſtrare le propoſitioni, che nel teſto greco ſono attribuite ad Euclide, cioè quelle de i primi tredeci libri: ma anchora quelle de i due libri ſeguenti, cioè quartodecimo, & quinto decimo. Con tutte queſte anchora, che Campano ha gionto, che non ſi truouano ne nelli teſti Grechi, ne anchora nelle traduttioni de gli altri: Le quali propoſitioni ſono nondimeno molto utili, & ſi ſuppongono come coſe già dimoſtrate da molti authori, & ſpecialmente da Ptolemeo.

Aspetti interessanti dell’attività

Dipendenza di una teoria dai suoi assiomi/postulati

Focus sulla costruzione di un’architettura logico-deduttiva

Sviluppo di un atteggiamento non puramente riproduttivo nei confronti delle dimostrazioni matematiche

Riflessione sul significato geometrico di «costruzione con riga e compasso»

Quali sono le «operazioni fondamentali» da assicurare nelle costruzioni con riga e compasso?

1. Intersezione tra rette non parallele

2. Intersezione tra retta e cerchio

3. Intersezione tra cerchio e cerchio

L'iterazione di queste operazioni un numero finito di volte consente la risoluzione dei problemi «con riga e compasso»

Jacob Steiner dimostra (1833) che 2. e 3. si possono ricondurre a

1. Moltiplicare un angolo o dividerlo in due parti uguali
2. Costruire la parallela a una retta per un punto esterno
3. Costruire la perpendicolare a una retta per un suo punto
4. Costruire per un punto C una retta che formi con la retta AB un angolo assegnato DEF
5. Moltiplicare o dividere una distanza assegnata AB per n
6. Porre in un punto C una distanza assegnata AB

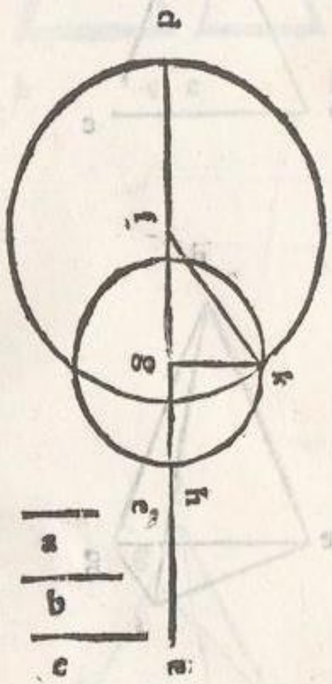
Proposizione I.22 degli *Elementi* (ed. Tartaglia, 1543)

Intersezione tra due circonferenze di raggio diverso

Problema.viii. Propoſitione.xxii.

Propoſte tre linee rette, dellequali le due, quale ſi uogliano, gionte inſieme ſieno píu longhe dell'altra, puotemo, con altre tre linee, a quelle equale conſtituire un triangolo.

SIano le tre propoſte linee.a.b.c.lequale ſiano coſi conditionate, che due, quale ſi voglia di quelle, gionte inſieme ſiano maggiore dell'altra, perche altramente non ſe potria di tre equale a quelle conſtituir triangolo (per la vigeſima propoſitione) Adonque quando vorro coſtituir vn triangolo di tre linee equale alle tre predette, facio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e. non gli pono fin determinato,& dalla parte del.d.ne ſego la parte.d.f.equale alla linea.c.(per la tertia propoſitione)&.f.g.equal al.b.&.g.h,equal al.a.& fatto il ponto.f.centro, deſcriuo il cerchio.d.k.ſecondo la quantita.f.d.& ſimilmente fatto.g.centro deſcriuo il cerchio.h.K.liquali duoi cerchi ſe interſegono in duoi ponti, l'uno di quelli e' il ponto.K.altramente ſeguiria che l'una delle tre linee ſeria maggiore, ouer equale alle altre due gionte, che ſeria contra il preſuppoſito.hor dal ponto K.tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.& ſera coſtituido, il triangolo.K.f.g.de tre linee equale alle tre propoſite.a.b.c.perche le due linee.f.d.&.f.K.ſono equale, perche ambedue vanno dal centro alla circonfrentia del cerchio,d,K.e perche la linea.c.e' equale alla.d.f.per la prima concettione, ſera etiam equale alla.f.K, lato del triangolo, ſimilmente.g.h.&.g.K.ſono equale, perche vanno dal centro alla circonferentia del cerchio.h.K,&.g.h.ſe poſto equale alla linea.a.adonque.g.K.ſera equale alla linea.a.per la detta prima commune ſententia, ouero concettione,& perche.f.g.fu tolto equale alla linea.b.adonque li tre lati del triangolo.f.g.K.ſono equali alle tre date linee.a.b.c, che e' il propoſito.



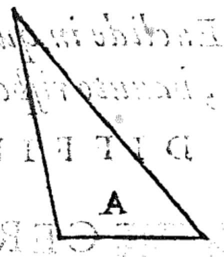
Proposizione II.14 degli *Elementi* (ed. Commandino, 1575)

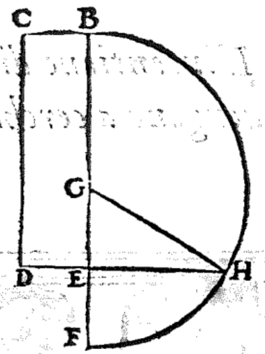
Intersezione tra retta e circonferenza

PROBLEMA II. PROPOSITIONE XIIII.

Conſtituire vn quadrato vguale ad vn dato rettilineo.

Sia il dato rettilineo A. biſogna conſtituire vn quadrato vguale al rettilineo A. conſtituiſcaſi il parallelogrammo rettangolo B C D E, vguale al rettilineo A. ſe dunque B E è vguale ad E D, ſarà fatto quello che ſi proponeua, percioche al rettilineo A ſi è conſtituito il quadrato B D uguale. ma ſe B E non è vguale ad E D; vna di eſſe ſarà maggiore. ſia maggiore B E, & prolunghiſi in F, & pongaſi E F vguale ad E D. poi diuiſa F B per mezo nel punto G, dal centro G con l'interuallo di vna di eſſe G B G F deſcriuaſi il mezo cerchio B H F. & prolunghiſi D E in H, & giungaſi G H. perche dunque la linea retta B F è diuiſa in parti vguali nel punto G, & in parti diſuguali nel E, ſarà il rettangolo B E F inſieme col quadrato di E G vguale al quadrato di G F: & G F è vguale à G H. onde il rettangolo B E F inſieme col quadrato di G E è vguale al quadrato di G H. ma al quadrato di G H ſono vguali i quadrati di H E E G. il rettangolo dunque B E F inſieme col quadrato di E G è vguale al li quadrati di H E E G. traggaſi il quadrato di E G commune. adunque il rettangolo rimanente B E F è vguale al quadrato di E H. ma il rettangolo B E F è eſſo parallelogrammo B D, percioche E F è vguale ad E D. il parallelogrammo dunque B D è vguale al quadrato di E H. ma è vguale etiandio al rettilineo A. & però il rettilineo A ſarà vguale al quadrato di E H. la onde al rettilineo A ſi è conſtituito vn quadrato vguale, cioè quello che ſi deſcriue da E H. il che biſognaua fare.





Proposizione VI.13 degli *Elementi* (ed. Commandino)

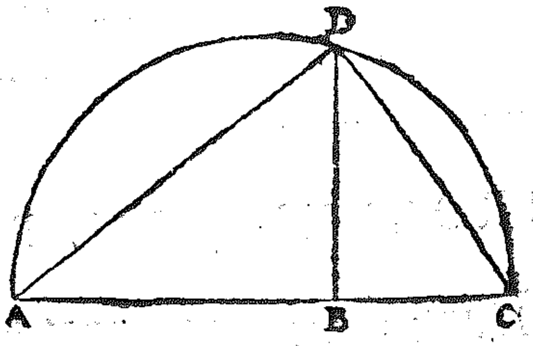
Intersezione tra retta e circonferenza

PROBLEMA V.

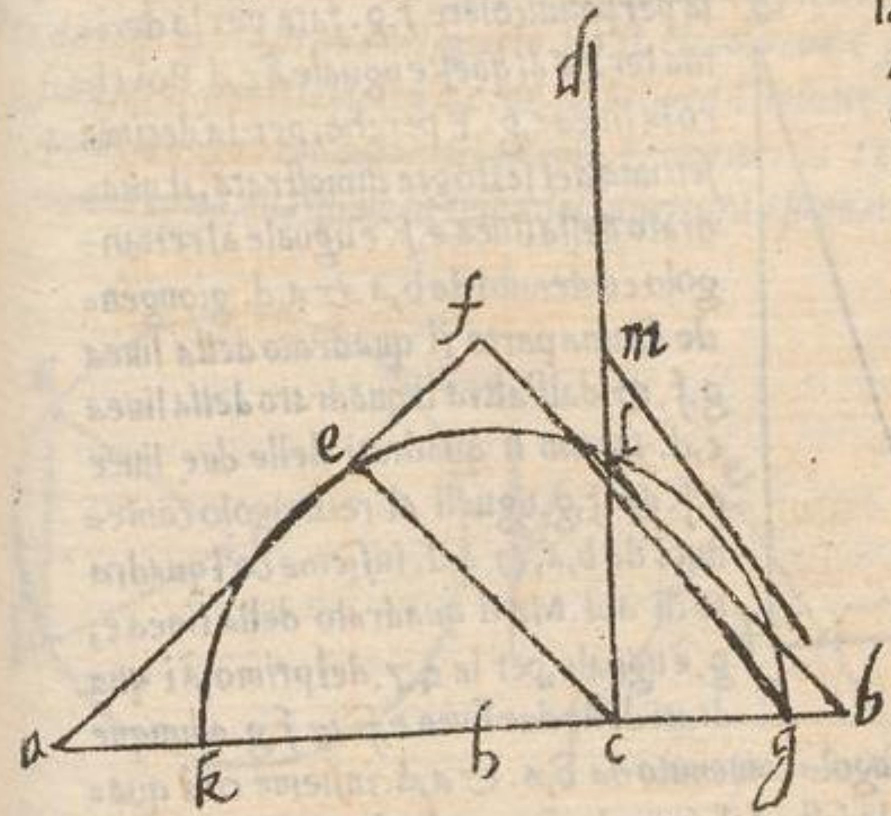
PROPOSITIONE XIII.

Date due linee rette, trouare la proportionale di mezo.

Siano due linee rette date A B B C. biſogna trouare la proportionale di mezo delle A B BC. ponganſi per diritto, & nella AC deſcriuaſi l mezo cerchio A D C, & tiriſi dal punto B la B D ad angoli retti ſopra la A C: & giunganſi A D D C. perche dunque nel mezo cerchio è l'angolo A D C, quello ſarà retto. & perche nel triangolo rettangolo A D C dall'angolo retto alla baſe ſi è tirata la perpēdicolare D B, ſarà DB proportionale di mezo fra le parti della baſe AB BC. Date dunque due linee rette A B B C ſi è trouata la proportionale di mezo D B. il che biſognaua fare.



Per dimostrare la decima terza del sesto, oltra le premisse, suppongo anchora prouata la prima parte della trigesima prima del terzo, la quale non ha bisogno se non delle antecedenti già da noi dimostrate. Siano dunque le due linee .a,c. & c,b. fra le quali volemo truouarne una proportionale, stando il proposito di non mutare l'apertura del compasso, Prima per la sesta di queste, io dirizzo sopra il punto .c. una linea perpendicolare indefinita, la quale sia e,d. Poscia tiro dal ponto a. la linea a.f. indefinita, da la quale taglio la linea a,f. dopia all'apertura propostami del compasso, & tiro la linea b,f. & la linea c,e. à quella equidistante, per la trigesima di queste. Poscia, per la decimaterza di queste, da man destra del ponto c, taglio la linea c,g. uguale ad e,f. & da man sinistra del medesimo punto, taglio la linea c,K. uguale ad e,a. & cosi tutta la linea K,g. uien' ad essere uguale ad a.f. cioè al doppio dell'apertura del compasso. Io dunque, ponendo un de i piedi del compasso in g. & l'altro in h. facendo h. per centro, descriuerò il semicircolo g,l,K. il quale è manifesto che uerrà à finire al punto K, Poi dal ponto g. tiro una linea al punto l, nel quale la circon-



L. Ferrari, V Risposta

VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

Siano AC e CB due segmenti dati, che giacciono sulla retta AB.

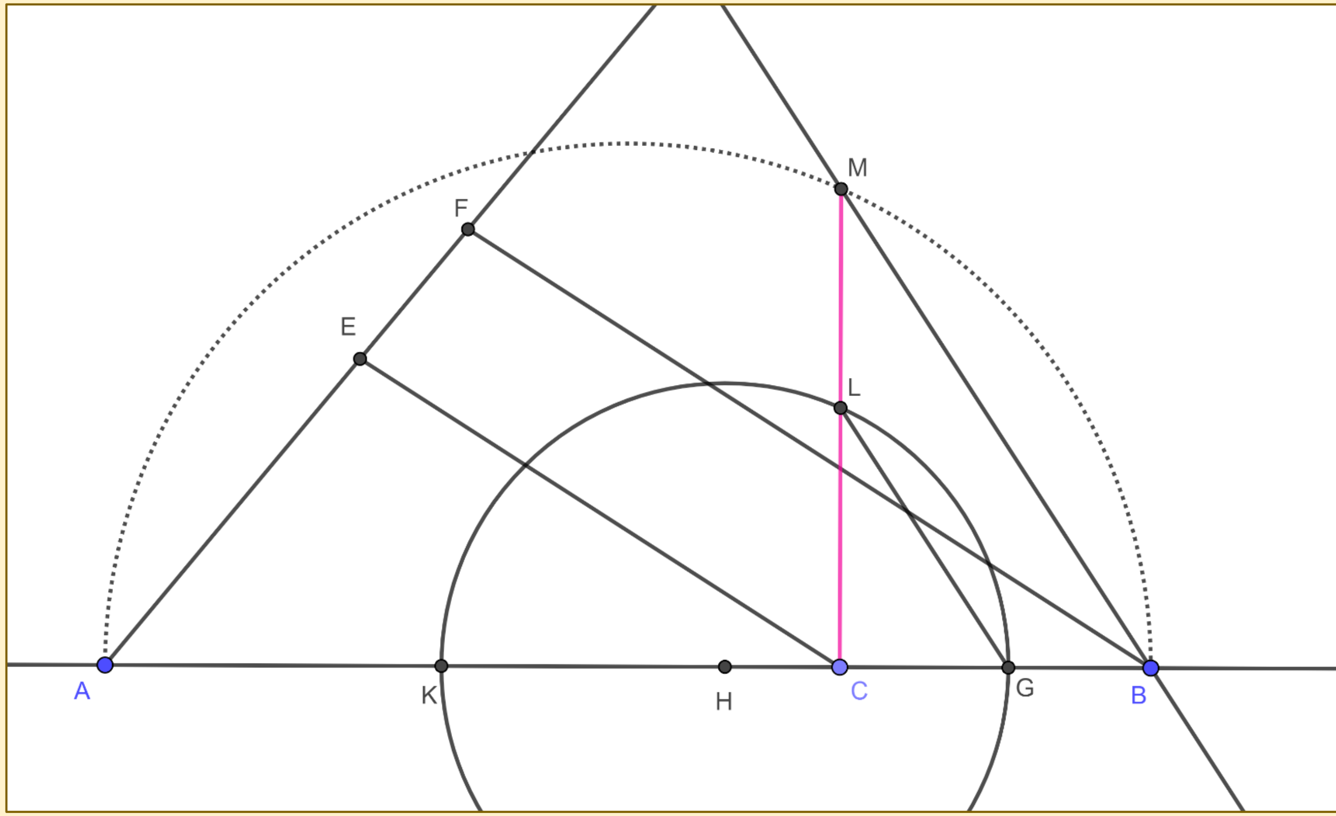
Traccia la perpendicolare alla retta AB dal punto C (**F6**).

Traccia una semiretta qualsiasi avente origine in A e prendi AF uguale alla doppia apertura del compasso. Congiungi B con F e traccia CE parallelo a BF (**F30**)

Prendi $CG = EF$ e

$CK = AE$ (**F13**), in modo che

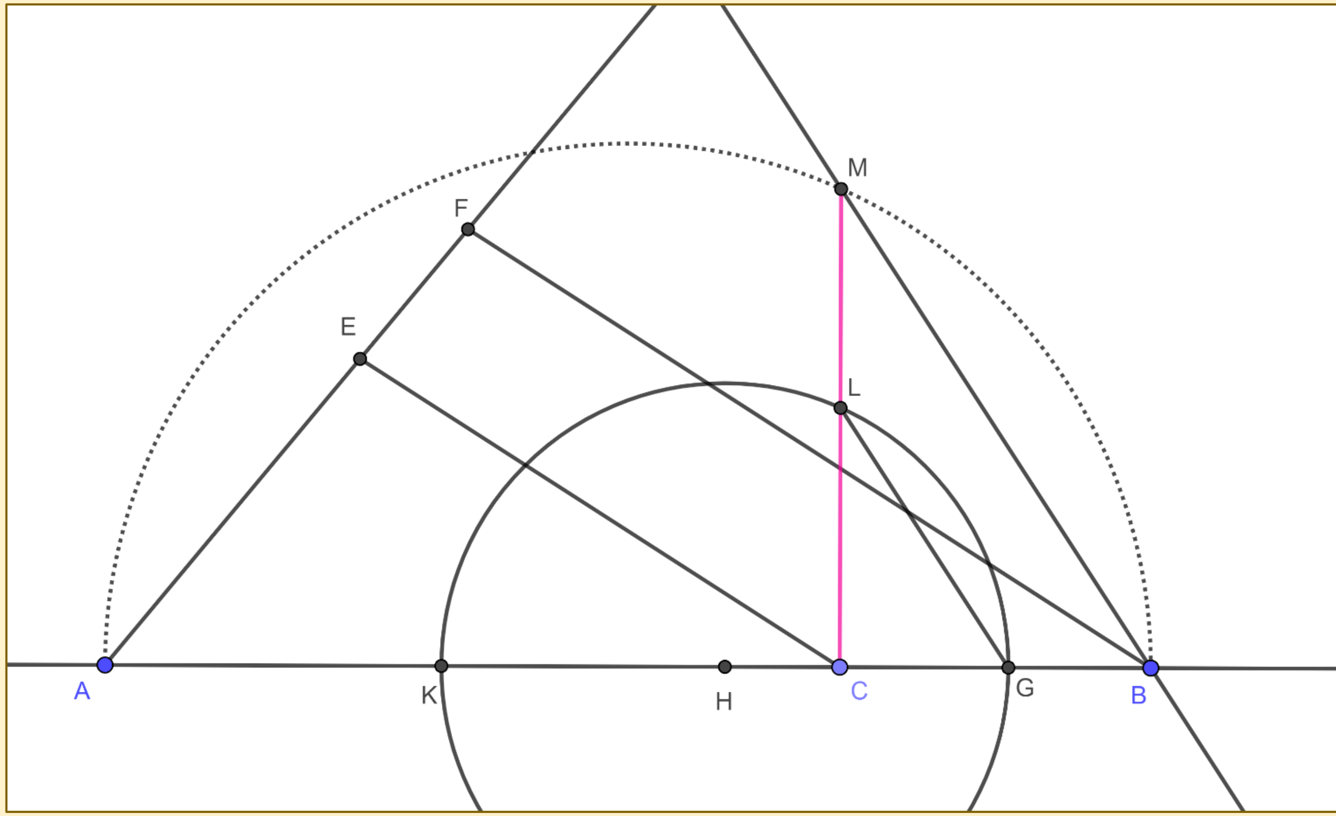
$KG = AF$.



VI.13 ***Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo***

Sia *H* il punto medio di *KG*. Traccia il cerchio *GLK* e congiungi *L* con *G* (dove L è il punto di intersezione tra il cerchio e la perpendicolare per C). Traccia dal punto *B* la parallela a *GL* che taglia la perpendicolare a C in *M*.

Il segmento *CM* è medio proporzionale tra AC e CB.



VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

CL è medio proporzionale tra *KC* and *CG* (*Elementi*, III.31 e VI.8):

$$KC : CL = CL : CG$$

inoltre si ha

$$AE : EF = AC : CB$$

ovvero

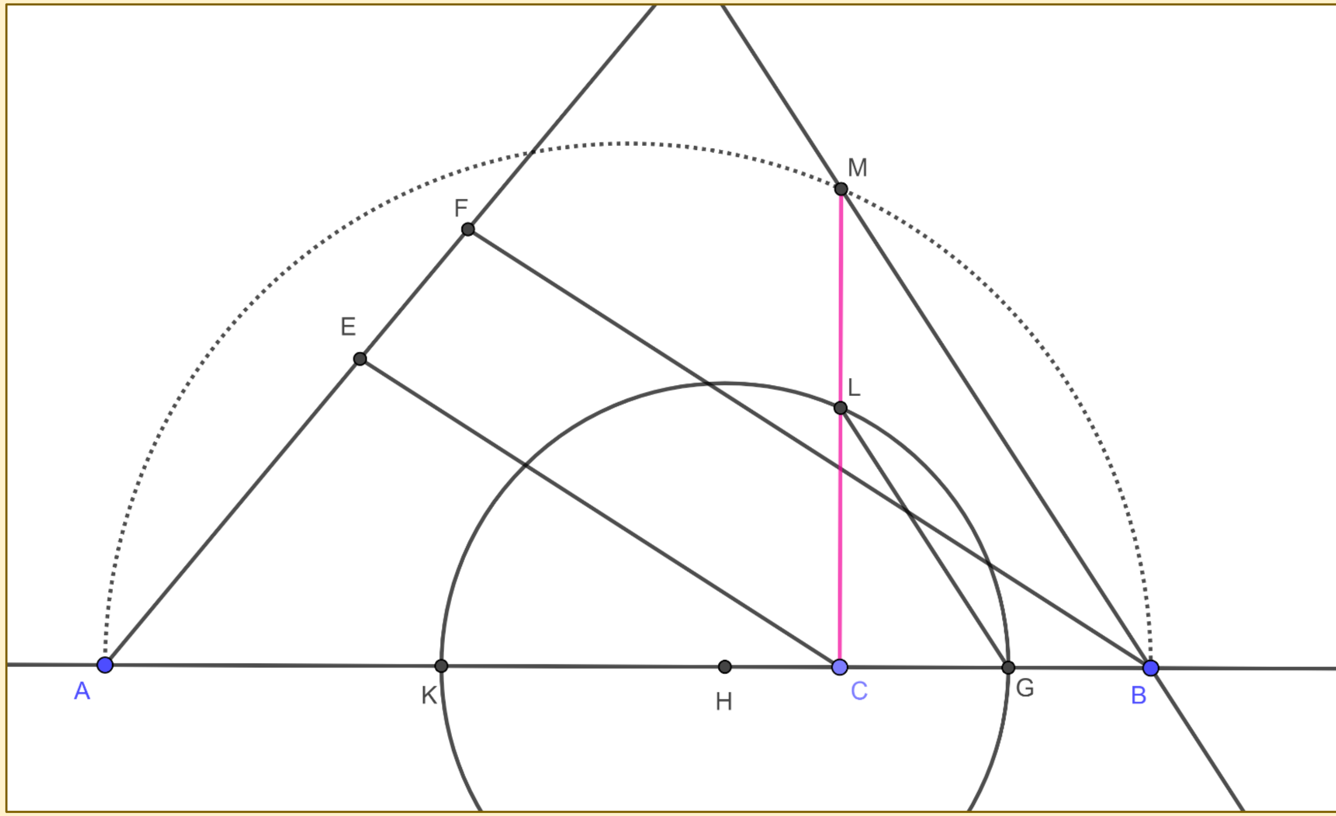
$$AE : EF = KC : CG$$

quindi

$$AC : CB = KC : CG$$

Dalla similitudine di *LCG* e *MCB* abbiamo

$$CB : CM = CG : CL$$



VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

Componiamo i rapporti

$(AC : CB)*(CB : CM)$ e

$(KC : CG)*(CG : CL)$

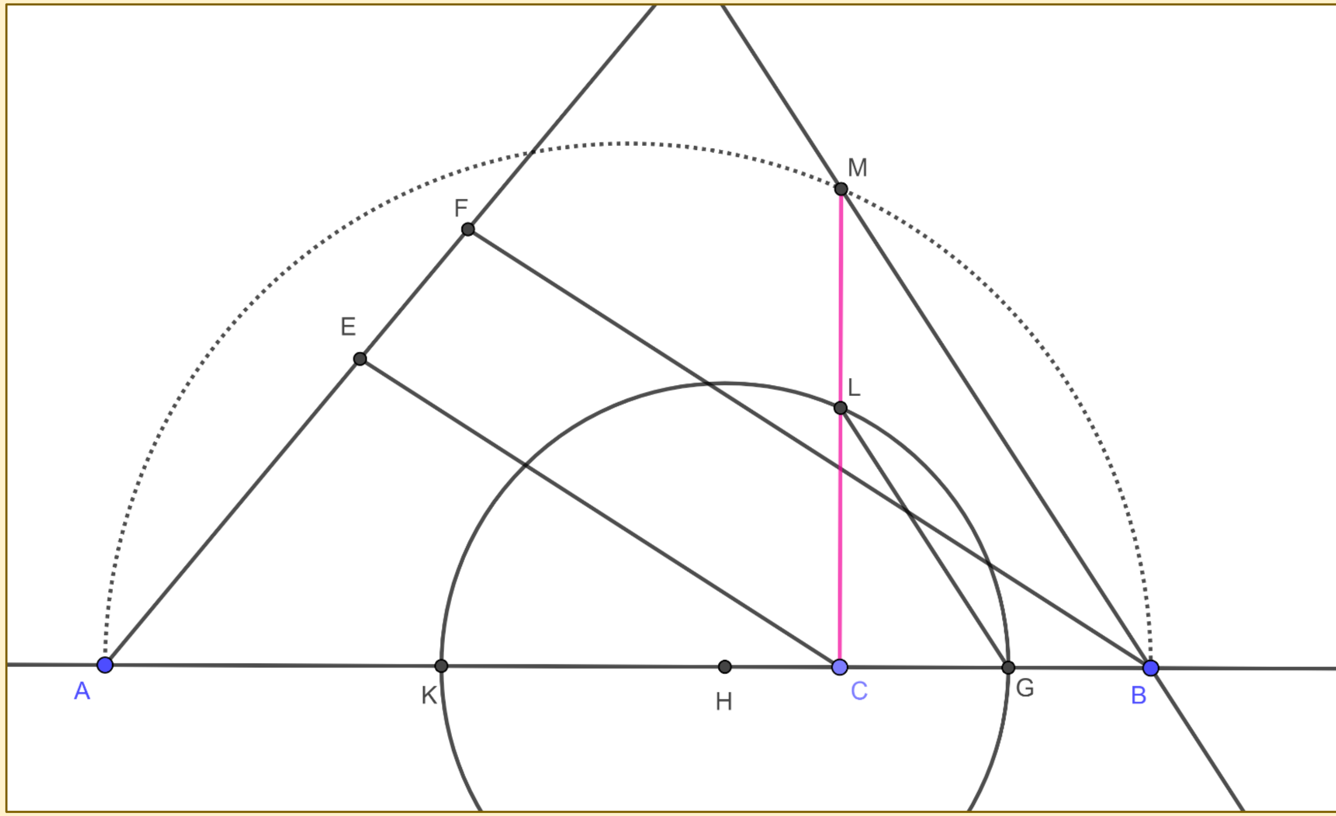
Da cui segue

$$AC : CM = KC : CL \qquad (1)$$

Se consideriamo (1) e la proporzione

$$CM : CB = CL : CG \qquad (2)$$

Dall'uguaglianza dei secondi membri segue che CM è medio proporzionale tra AC e CB, q.e.d.



Teorema di Ludovico Ferrari (1547)

Colla riga e col compasso ad apertura fissa si possono dimostrare tutti i teoremi di geometria piana ed eseguire tutte le costruzioni relative, colla restrizione che le circonferenze a raggio diverso dall'apertura fissa non possono essere tracciate completamente, ma però di esse si può costruire il centro, il raggio e quanti punti si vogliono.

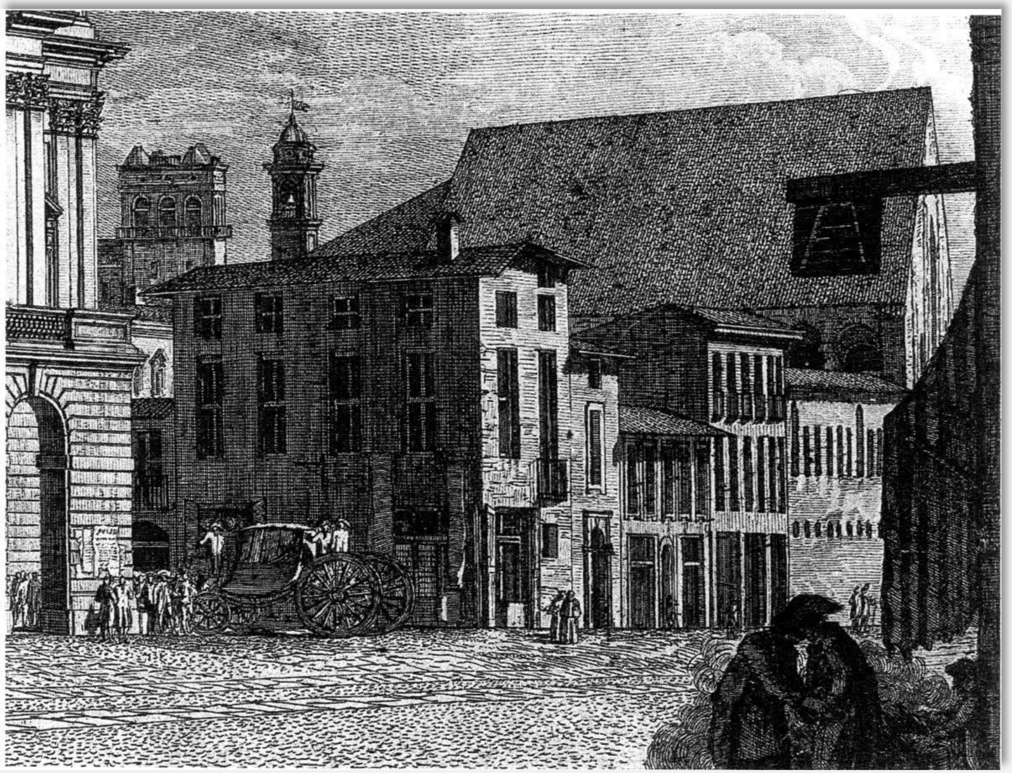
(Amedeo Agostini, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*)

Come finì la disfida…

10 agosto 1548, Milano, chiesa di Santa Maria del Giardino

Alla presenza di Don Ferrante Gonzaga, governatore di Milano, di Niccolò Secco, capitano di giustizia si svolse la disfida.

Secondo il breve resoconto di Tartaglia, il pubblico gli era apertamente ostile e Ferrari non entrava nel merito delle soluzioni, sicché decise di abbandonare il campo dopo un solo giorno di disputa.



Situata in via Manzoni al posto di via Romagnosi. Edificata nel 1456, la chiesa fu chiusa al culto al 1810 e demolita nel 1865.

Ma la storia non finì veramente qui…

1550

Cardano, *De subtilitate,*
1550, cc.249v-254v

LIBER DECIMVS QVINTVS, DE incerti generis aut inutilibus ſubtilitatibus.

DE INVTILIBVS SVBTILITATIBVS

Quō quæcunq; in elementis Euclidis demō ſtrata ſunt, abſque vlla propoſiti vnius tantum à circuli mutatione oſtē di poſsint.

potius iuuenili, quàm vtilitate manifeſta, tum ego tum Ludouicus Ferrarius paucis in diebus inuenimus, quonam pacto quæcunque ab Euclide demonſtrantur, variata circini latitudine, à nobis ſub quacunque latitudine illius à contradicēte propoſita inuariabiliq; præter circulorum ſolam inſcriptionem ac circumſcriptionem perfectè à nobis poſſent oſtendi. Et quamuis dū hæc ſcriberemus, Ludouicus ipſe hanc totam demonſtrationem typis exceptam ædidiſſet optimè, quia tamen opus illud contentionis gratia ſcriptum eſt, haud arbitror ſuperfuturum, cum nihil aliud fermè egregii contineat, & ſi quædam ſint egregia, ſeorſum tamen poſita ſunt, et nō vnius generis: ita poſtulante materia: quo fit vt operæ preciū eſſe duxerim, ne quandoq; tam rarum ſubtilitatis exemplum periret, illud denuò hic ſubiicere: ſed quomodo? breuibus demonſtrationibus ne abhorrentes à Geometricis tædio capiantur. Igitur primo quarta primi elemē=

Primi Euclidis	Noſtræ
4	prima
5	2
8	3
9	4
10	5
11	6
13	7
14	8
15	9
ps tertiæ	10
ps primę	11
2	12
3	13
16	14
17	15
18	16
19	17
20	18
21	19
26	20
27	21
28	22
29	23
30	24
23	25
6	26
7	27
24	28
25	29
31	30
32	31

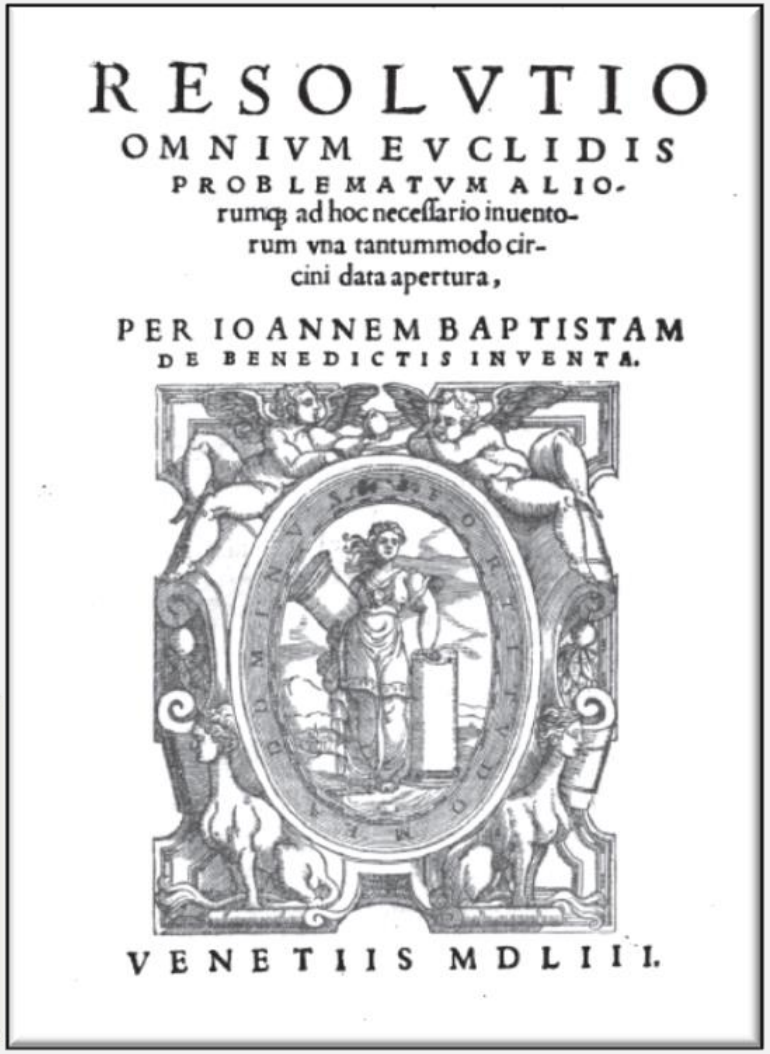
1553

Giovan Battista Benedetti,

Resolutio omnium Euclidis problematum aliorumque ad hoc necessario inventorum una tantummodo circini data apertura, 1553

Benedetti fu allievo di Tartaglia nel periodo 1546-1548

ſum, nemine mihi præeunte. Cæterum quia cuiuſque quod
ſuum eſt reddi debet, nam & pium, & iuſtum eſt, Nico-
laus Tartalea, mihi quatuor primos libros ſolos Euclidis
legit, reliqua omnia, priuato & labore & ſtudio inueſti-
gaui, uolenti namque ſcire, nihil eſt difficile. Adde quod


RESOLVTIO
OMNIVM EVCLIDIS
PROBLEMATVM ALIO-
rumq; ad hoc neceſſario inuento-
rum vna tantummodo cir-
cini data apertura,
PER IOANNEM BAPTISTAM
DE BENEDICTIS INVENTA.
VENETIIS MDLIII.

Niccolò Tartaglia, *General Trattato de numeri et misure*, 1555-1560

1560

TAVOLA DE I CAPI CONtenuti nel Terzo libro.

IL terzo libro ha due capi ſolamente. nel primo ſi dichiara quante ſiano le propoſitioni di ciaſcun libro di Euclide: quante di quelle ſiano problemi, da riſoluere col compaſſo, & in qual modo ſi riſoluino con ogni apritura di compaſſo propoſta dallo auuerſario. a car. 63

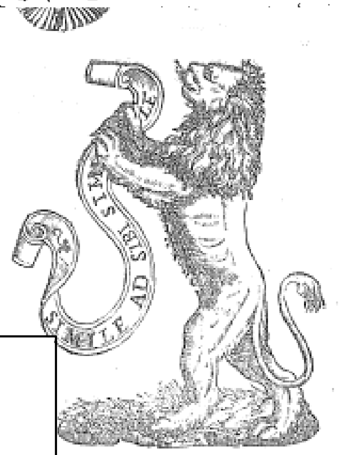
Nel ſecondo ſi dichiarano ventidue queſiti delli trentauno propoſti all'auttore da Hieronimo Cardano medico Milaneſe & Ludouico Ferario in publica diſputa l'anno. 1547. a car 85

poſſibile, ma anchora trouai eſſer poſſibile da riſoluere, (con tal conditione) tutti gli altri ſuoi problemi geometrici da operar in piano, eccettuando pero quelli doue che interuiene da deſcriuere, ouer da deſignare vn terminato cerchio, (come ſi propone nella, quarta, quinta, ottaua, nona, terzadecima, & quartadecima propoſitione del ſuo quarto libro, & ſimelmẽte nella 25. & 33. del terzo) perche in effetto non e poſſibile di poter deſcriuere vn limitato cerchio ſaluo con quella ſola, apritura di compaſſo allui conueniente, & non con altra, come occorre nelle dette propoſitioni, ſi che da queſti tai

LIBRO TERZO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE, DE NICOLO TARTAGLIA,

LA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI ET MISVRE, DI NICOLO TARTAGLIA;

I MOSTRA IL MODO DE ESSEQVIRE



TIA PER CVRTIO TROIANO

M. D. LX.

questo primo capo, per due cause, prima per non occultar tal mio secreto a gli speculatiui & curiosi ingegni, secondariamente, p far conoscere qualmente niuno di mei quesiti. 17. in tal materia propositi a Hieronimo cardano & a Lodouico suo creato (nella nostra publica disputa) esser stato risolto.

Hor per far che tal mia inuentione sia meglio intesa, insieme con li detti suoi errori voglio prima notificare quante siano li problemi geometrici da risoluere in piano col compasso, di ciascun libro di Euclide da me in volgar tradutto.

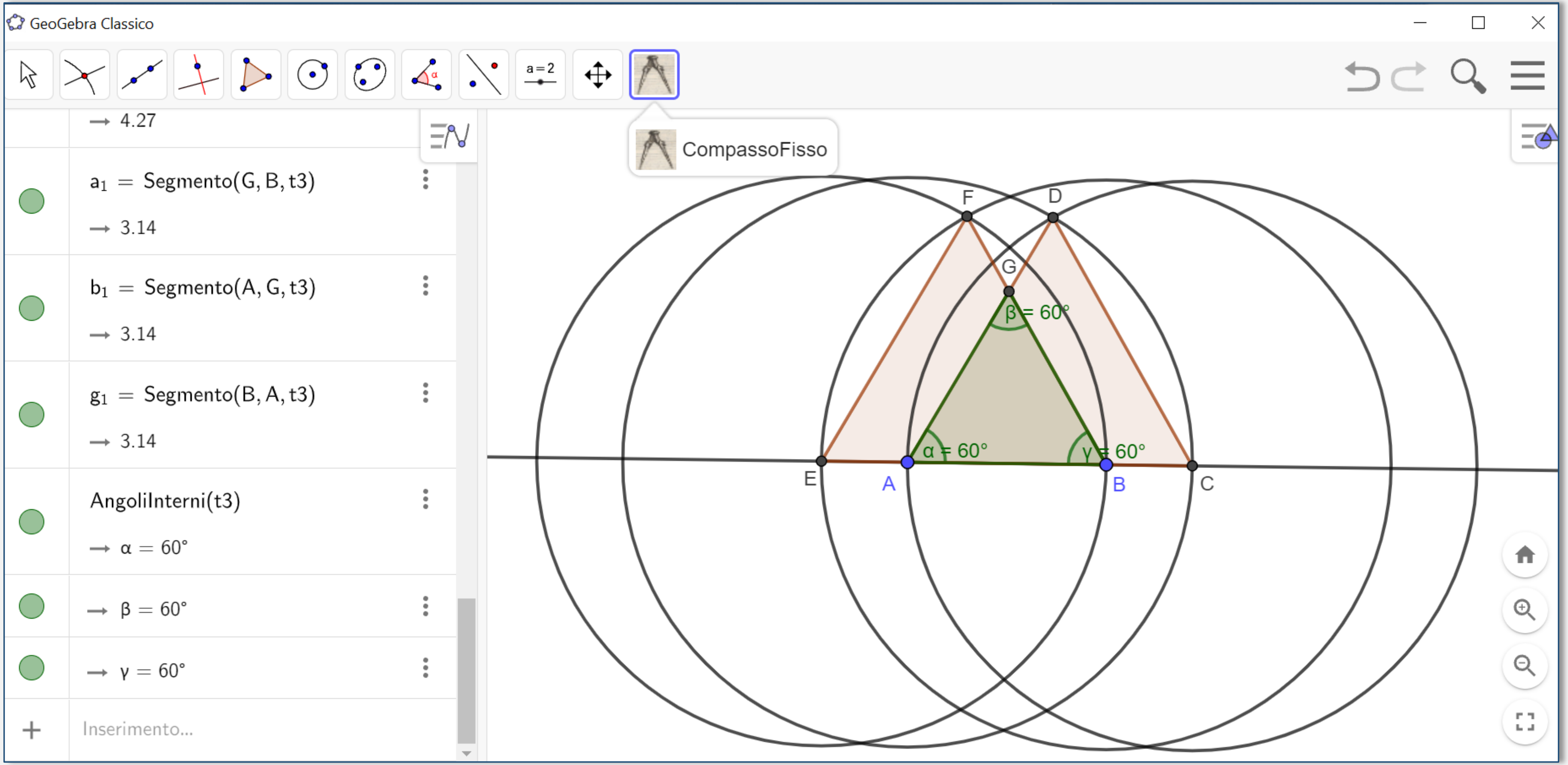
Quante siano le propositioni di ciascun libro di Euclide, Et quante di quelle siano problemi da risoluere con il compasso. Capo primo.

nel.1.libro sono propositioni geometrici.48.nelle quali sono problemi.14.
nel.2.libro sono propositioni geometrici.15.nelle quali sono problemi.4.
nel.3.libro sono propositioni geometrici.37.nelle quali sono problemi.6.
nel.4.libro sono propositioni geometrici.16.nelle quali sono problemi.16.
nel.5.libro sono propositioni geometrici.34.nelle quali sono problemi.0.
nel.6.libro sono propositioni geometrici.33.nelle quali sono problemi.10.
nel.7.libro sono propositioni arithmetici.41.nelle quali sono problemi.5.
nel.8.libro sono propositioni arithmetici.26.nelle quali sono problemi.2.
nel.9.libro sono propositioni arithmetice.39.nelle quali sono problemi.0.
nel.10.libro sono propositioni geometrici.119.nelle quali sono problemi.23.
nel.11.libro sono propositioni geometrici.42.nelle quali sono problemi.5. cioe vno da operar in piano,& quattro nelli corpi.
nel.12.libro sono propositioni geometrici.15.nelle quali sono problemi.2. da opar in li corpi.
nel.13.libro sono propositioni geometrici.18.nelle quali sono problemi.6.cioe vna da operar in piano,& cinque da operar in corpi.
nel.14.libro sono propositioni geometrici.18.nelli quali sono problemi.0.
nel.15.libro sono propositioni geometrici.13.nelle quali sono problemi.13. da opar in corpi.
In tutti li.15.libri di Euclide sono propositioni.514. fra Geometrici, & Arithmetici, delle quali sono problemi.105.fra Geometrici & Arithmetici,Li problemi geometrici sono in tutto.98.

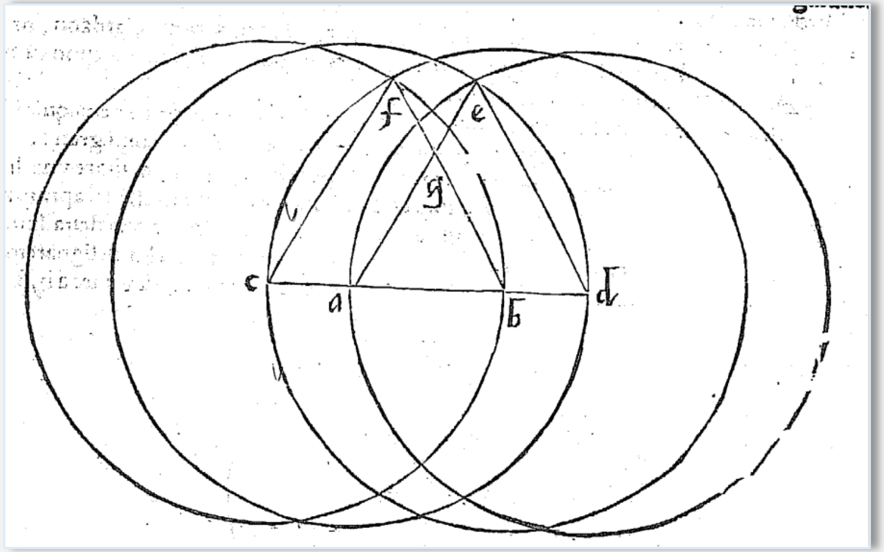
Qual è la prima costruzione che affronta Tartaglia?

E’ la proposizione I.1 degli *Elementi*, ovvero la costruzione di un triangolo equilatero **di lato assegnato.**

Vediamola con GeoGebra
..\..\..\Users\user\Desktop\GeoGebra Classico.lnk



T.1 *Elementi* **I.1 (P)** **Costruire un triangolo equilatero di lato assegnato**



Spunto per una discussione in classe: qual è la differenza tra l'approccio di Ferrari e quello di Tartaglia?

I.1 = T.1

appare poi allongaremo la detta linea da luna a l'altra parte per fina che ſeghi, ouer concorra alla circonferentia in li duoi ponti.c.&.d.poi ſopra la parte.a d.gli deſcriueremo, el triangolo a e d.equilatero per la dottrina della prima del primo di Euclide (cioe facendo vn altro cerchio ſopra el centro, ouer ponto.d.ſecondo la ſua apritura il medemo farai ſopra la parte.c b.facendo il ponto.c.centro,& deſcriuendo,il detto triangolo equilatero.c f b. del quale el lato f b. ſe ſega con el lato.e a.de l'altro triangolo in ponto.g.hor dico che el triangolo.g a b. è equilatero perche li duoi angoli.a.&.b.(del detto triangolo.g a b.)ſono eguali, anzi ſono quelli isteſsi del li altri triãgoli equilateri.e f b.&.a e d.onde (per la.32.del primo di Euclide ouer p̃ la 4. del 6.) il triangolo.g a b.ſara ſimile a cadauno de ditti duoi triangoli equilateri adonque è equilatero, che il propoſito.

3 PRopoſitione.31. del primo di Euclide non tocca da Hieronimo Cardano, ne da Lodouico Ferraro ſuo creato, ſenza la quale non puo eſſer riſolto alcuno di mei 17. queſiti in tal materia a lor propoſti.

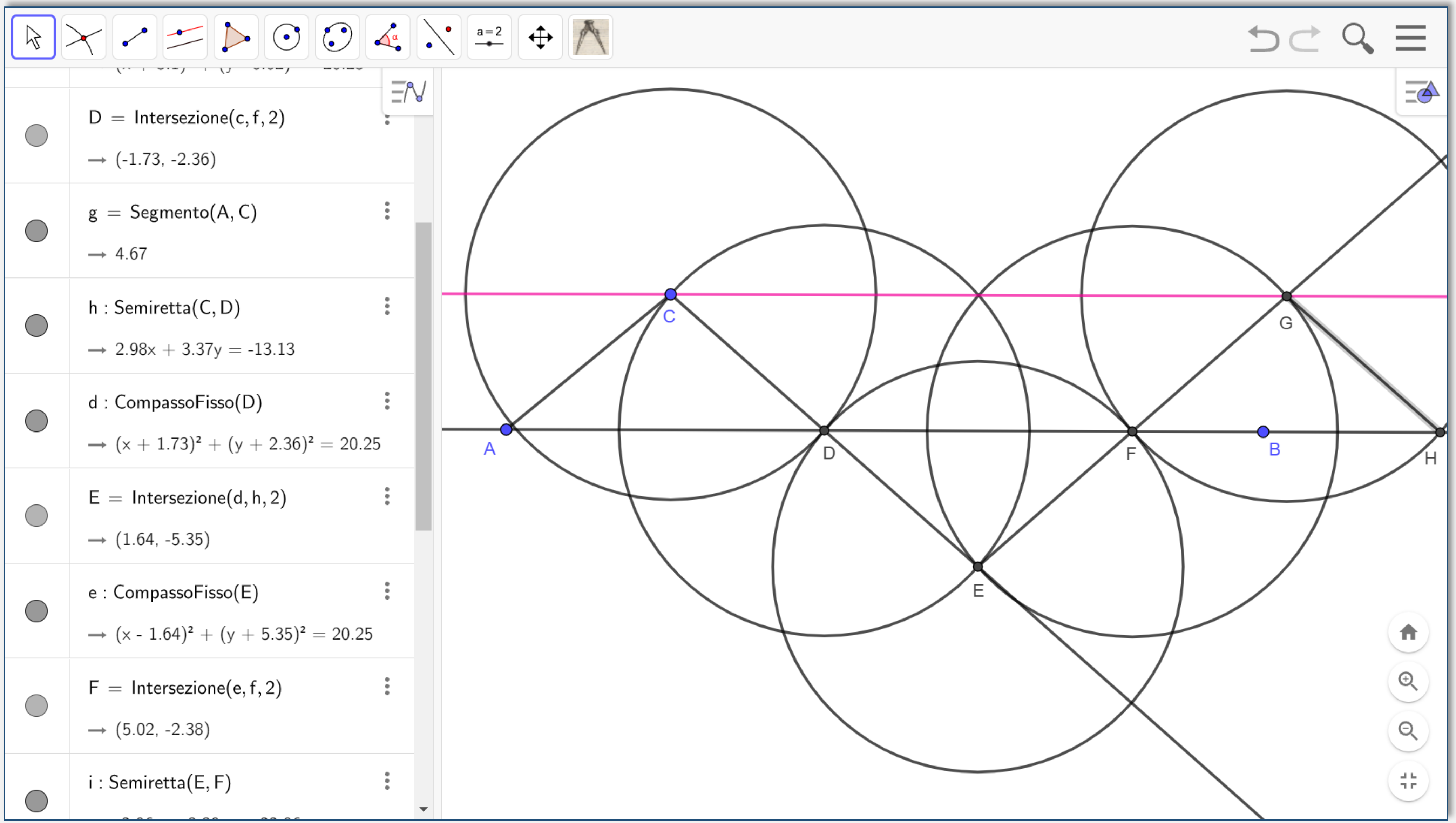
2 DA un ponto dato fora d'una data linea retta potemo tirare vna linea equidiſtante a quella con qual ſi voglia propoſta apritura di Compaſſo, Eſſempi gratia.

I.31 = T.2

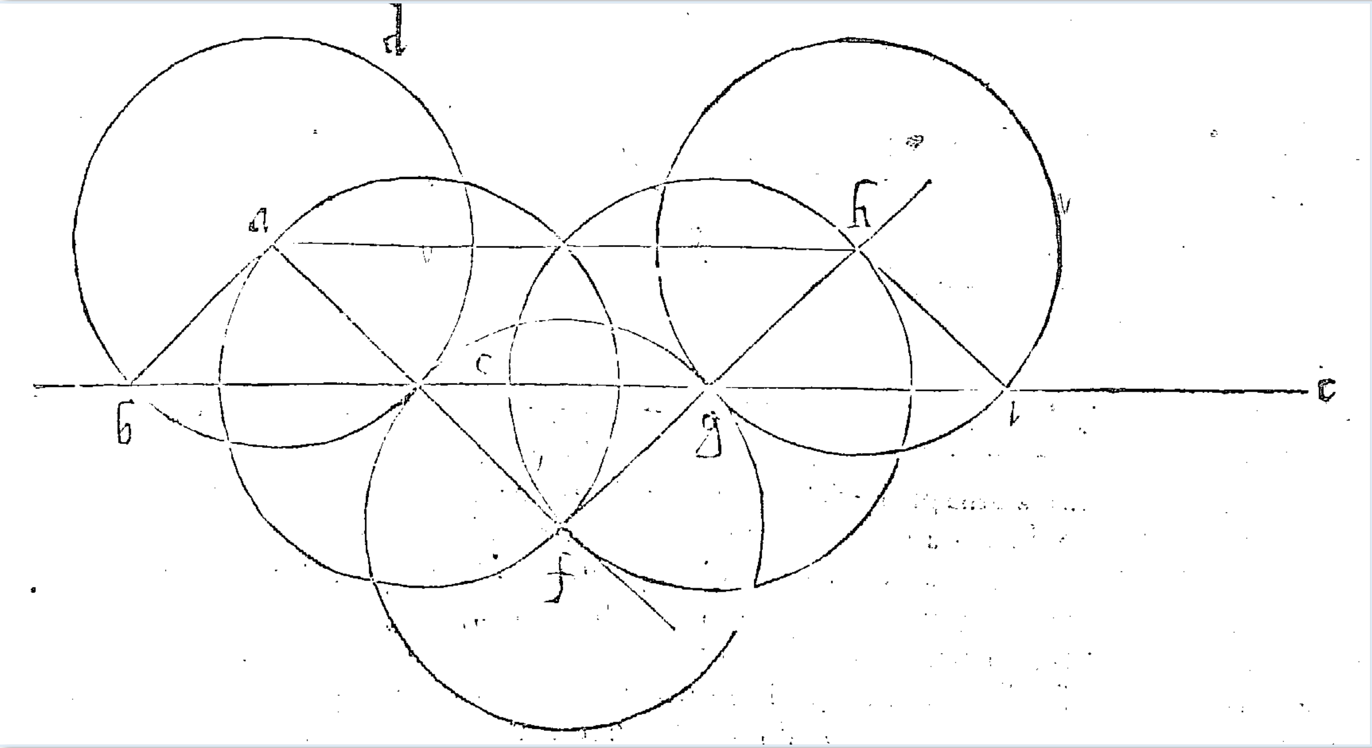
Propoſitione duodicima del primo di Euclide falſa-
mente concluſa dal Cardano per nõ hauer dato regola da riſol
uere la. 31. del. 1. di Euclide da me data nella. 2. di queſto
della qual ſi ſerue nella ſua reſolutione.

Ferrari, Quinta risposta

Et perche nella 24.25.31.32. per dimoſtrarle, non ſi ſuppone altra propoſitione, che le già dimoſtrate, ne mai fuore di quelle ſi ſuppone la petitione eccettuata, queſte anchora ſono dimoſtrate, e ſono le noſtre 28.29.30. & 31.



T.2 *Elementi* **I.31 (P)** **"Condurre la parallela ad una retta da un punto esterno ad essa"**



T.2 = I.31

g i.ilqual ſegara la linea.a b.in li dui ponti,g.& i.poi tiraremo la linea.h i.formando el triangolo.g h i.elquale ſara ſimile,& eguale al triangolo.b a e.perche l'uno e l'altro è ſimile al triangolo.e f g.perche l'angolo.e.di l'uno e eguale al angolo.e.di l'altro (per la 15.del primo di Euclide) & ſimelmente li dui angoli.b.& .g.ſono eguali al detto angolo.e.per la 5.del primo di Euclide per eſſer li triangoli iſoceli cioe de dui lati eguali,anchora per la.32.del primo di Euclide l'angolo.f.al angolo.a.ſara eguale,adonque (per la quarta del 6.di Euclide) ſaranno ſimili, & eguali,& per le medeme argumentationi ſeguira del triãgolo.g h i.adonque el triangolo h g i. ſara eguale al triangolo.a b e,& ſopra vna medema linea,& da vna medema parte, adonque (per la quarta del 1.di Euclide) ſono fra linee equidiſtante tirando adonque dal ponto.a.al ponto.

Propoſitione quaranteſimaſeconda del primo di Euclide, nõ tocca dal Cardano, ma tacitamẽte ſcorſa.

Propoſitione quaranteſimaquarta del primo di Euclide non poſta dal Cardano.

Propoſitione quaranteſimaquinta del primo di Euclide inter= laſſata dal Cardano con ſilentio.

Propoſitione decimaterza del ſeſto di Euclide non palpata dal Cardano.

Prima dei *Cartelli*, la geometria della riga e del compasso fisso sembra essere stata una raccolta di «regole» pratiche.

Ferrari, Cardano, Benedetti e Tartaglia trattano la questione dal punto di vista teorico, ottenendo un significativo progresso (Teorema di Ferrari).

1797 «ogni costruzione geometrica eseguibile con riga e compasso può essere eseguita con il solo compasso»
(Mascheroni, Mohr)

1833 «ogni costruzione geometrica eseguibile con il solo compasso è effettuabile anche con la sola riga quando nel foglio sia dato oltre al centro anche un cerchio fisso completamente tracciato » (Steiner-Poncelet)

Fonti

L.FERRARI e N.TARTAGLIA, *Cartelli di sfida matematica, riproduzione in facsimile delle edizioni originali 1547-1548, edita con parti introduttorie da Arnaldo Masotti*, Brescia, 1974, http://mathematica.sns.it/opere/24/ oppure https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/2706803

N.TARTAGLIA, *La Quinta Parte del General Trattato de' Numeri et Misure*, Venezia, Curzio Troiano 1560, http://mathematica.sns.it/opere/22/

Bibliografia

A. AGOSTINI, *Problemi geometrici elementari e classici,* Enciclopedia delle Matematiche Elementari, Milano Hoepli 1937, vol. II Parte I

L. DI PASQUALE, *I cartelli di matematica disfida di Ludovico Ferrari ed i controcartelli di Nicolò Tartaglia*, "Periodico di matematiche", s.IV, 35 (1957), pp. 253-278 (I parte), s.IV, 36 (1958), pp.175-198 (II Parte)

H. GEPPERT, *Sulle costruzioni geometriche che si eseguiscono colla riga ed un compasso ad apertura fissa*, "Periodico di matematiche", s.IV, v.IX, 1929, pp. 292-319.

C.S. ROERO, *La geometria del compasso fisso nella matematica e nell'arte*, in L.GIACARDI, C.S.ROERO (eds.), *Matematica Arte e Tecnica nella storia. In memoria di Tullio Viola*, Torino, Kim Williams Books 2007, pp. 247-274.